

MOHAMED CHAHIR FITOUHI

**Optimisation de la planification intégrée de la  
maintenance préventive et de la production des  
systèmes multi-états**

Thèse présentée  
à la Faculté des études supérieures et postdoctorales de l'Université Laval  
dans le cadre du programme de doctorat en Génie Mécanique  
pour l'obtention du grade de Philosophiæ Doctor (Ph.D.)

FACULTÉ DES SCIENCES ET DE GÉNIE  
UNIVERSITÉ LAVAL  
QUÉBEC

2011

©Mohamed Chahir Fitouhi, 2011

# Résumé

Cette thèse traite la problématique de la planification intégrée de la maintenance préventive et de la production des systèmes multi-états. Il s'agit d'un système de production modélisé comme étant un système multi-états avec un nombre fini de niveaux de capacité allant du fonctionnement parfait jusqu'à la défaillance totale. Il doit produire un ensemble de produits pour satisfaire une demande donnée durant l'horizon de planification. Les composantes du système multi-états sont assujetties à des remplacements préventifs et à une réparation minimale en cas de panne.

Ce travail présente des modèles de planification permettant de générer simultanément le plan optimal de production au niveau tactique (problème de taille de lot capacitaire) et les instants ou les intervalles d'intervention pour des actions de maintenance préventive. Les fonctions des objectifs de ces modèles minimisent la somme des coûts de la maintenance (préventive et corrective) et des coûts de production sujets à des contraintes de satisfaction de demande et de capacité.

La méthodologie proposée développe des modèles mathématiques, des méthodes d'évaluation des temps de maintenance, des coûts de maintenance, les capacités relatives aux systèmes et des algorithmes de résolution pour obtenir des solutions optimales (recherche exhaustive) ou approximatives (algorithmes génétiques et recuit simulé). Cette méthodologie a été utilisée dans les trois contributions suivantes :

1. La première contribution propose un modèle de planification de la maintenance préventive périodique et de la production pour un système multi-états. Il s'agit de déterminer le plan de production optimal et les longueurs des intervalles de remplacement pour chaque composante du système.
2. La deuxième contribution traite du problème de la planification intégrée de la maintenance préventive acyclique et de la production dans le cas d'une seule machine. Le plan optimal détermine le plan de production et les instants d'intervention pour des activités de maintenance préventive.



3. La troisième contribution propose un modèle une planification simultanée de la maintenance préventive acyclique et de la production pour un système multi-états composé de plusieurs composantes.

Les résultats obtenus dans cette thèse montrent l'impact économique réalisé par l'intégration de la planification de la maintenance préventive et de la production, ainsi que pour l'élimination de la contrainte de périodicité, surtout dans le cas d'une demande fluctuante. Les méthodes de résolution développées dans ces travaux permettent la résolution de problèmes de petite ou de grande taille.

# Remerciements

Je tiens à exprimer ma reconnaissance chaleureuse et sincère à mon directeur de recherche, Pr. Mustapha Nourelfath, pour sa grande disponibilité, sa patience, ses conseils et son dévouement pour la recherche. Je tiens à le remercier pour m'avoir fait confiance en m'associant à ses recherches et en m'offrant son soutien indéfectible. Tout le long de cette thèse, il a contribué à mon évolution autant sur le plan personnel que sur le plan scientifique.

J'exprime ma gratitude à Pr. Mohamed Ben-Daya de "King Fahd University of Petroleum and Minerals", Pr. Farouk Yalaoui de l'Université de Technologie Troyes, Pr. Jean-Marc Frayret de l'École Polytechnique de Montréal et Pr. Monia Rekik de l'Université Laval pour avoir accepté d'être membres de mon jury et pour l'honneur qu'ils me font en évaluant mes travaux.

Les mots me manqueront pour traduire ma gratitude, ma reconnaissance et mon affection à mes très chers parents qui ont tant sacrifié pour me voir progresser. En hommage à leur confiance, je tiens à leur offrir cette thèse pour leurs sacrifices et leur soutien illimité. Je remercie vivement mon frère, mes soeurs et toute ma famille pour leur soutien et encouragements pendant toutes ces années. Je remercie aussi mes oncles Khélifa et Ahmed Fitouhi pour leurs précieux conseils et leurs contributions pour produire ce document.

Un grand merci à mes amis Mohamed Mehdi Guiga, Hédia Sammeri, Mahdi Machani, Hela Romdhani, Maïssa Bouguerra, Zied Chakroun, Nouha Ben Hafaïedh, Anissa et Hedi Kaffel, Hatem Mahbouli et Mahjoub Langar qui m'ont énormément aidé afin d'accomplir ce travail. Sans leur précieux soutien, cette thèse n'aurait jamais vu le jour.

Je tiens à exprimer toute ma gratitude à mes Mentors et amis Mr. Paul-André Proulx de 4Pros et Mr. William Coffey de Tennis Canada pour leur soutien inconditionnel, leur compréhension et leur patience pendant toute la durée de mes études me permettant ainsi de progresser sur le plan professionnel, académique et personnel.

Enfin, je voudrais dire un grand merci à mes collègues du centre de recherche CIRRELT et à tous ceux et celles qui m'ont soutenu d'une manière ou d'une autre, et sans qui je n'aurais pu réaliser mon parcours académique.



# Avant-propos

Ce travail, intitulé ” *Optimisation de la planification intégrée de la maintenance préventive et de la production des systèmes multi-états*”, est réalisé pour l’obtention du grade de Doctorat en Génie Mécanique (Ph.D.) de l’Université Laval. Il s’est déroulé sous la direction du Pr. Mustapha Nourelfath au département Génie Mécanique et au sein du Centre Interuniversitaire de Recherche sur les Réseaux d’Entreprise, la Logistique et le Transport (CIRRELT).

Cette thèse est rédigée selon le principe d’insertion d’articles, accepté par l’Université Laval. Elle est composée de trois articles dont le premier est coécrit avec avec Pr. Mustapha Nourelfath et Mr. Mahdi Machani, alors que les deux derniers sont coécrits avec Pr. Mustapha Nourelfath. Pour chacun des articles présentés, j’ai agi à titre de chercheur principal. J’ai développé les modèles mathématiques et j’ai réalisé la conception et l’implantation informatique des différentes méthodes de résolution sur LINGO et MATLAB. J’ai aussi rédigé les premières versions de ces articles.

Le premier article s’intitule ” *An integrated model for production and preventive maintenance planning in multi-state systems*”. Les auteurs sont Mustapaha Nourelfath, Mohamed Chahir Fiouhi, Mahdi Machani. Il a été publié dans le journal ” *IEEE Transaction on Reliability*” en Septembre 2010, Volume 59, Issue 3, Pages 496 - 506. La version présentée dans cette thèse est identique à la version publiée.

Le deuxième article s’intitule ” *Integrating non cyclical preventive maintenance scheduling and production planning for a single machine*”. Les auteurs sont Mohamed Chahir Fitouhi, Mustapha Nourelfath. Il a été soumis en Mai 2010 au ” *International Journal of Production Economics*”. Il a été révisé suite aux recommandations des évaluateurs et il est présentement soumis pour approbation. La version présenté dans cette thèse est la version révisée.

Le troisième article s’intitule ” *Integrating non cyclical preventive maintenance scheduling and production planning for multi-state systems*”. Les auteurs sont Mohamed Chahir

Fitouhi, Mustapha Nourelfath. Il est soumis en Décembre 2011 au journal " *Reliability Engineering and System Safety*". La version présentée dans cette thèse est identique à la version soumise au journal.

À ma grand-mère  
À mes parents,  
À mon frère et mes soeurs,  
À ma nièce et mon neveu,  
À toute ma famille.

Lorsqu'un jour, le peuple aspire à vivre  
Le destin se doit de répondre  
Les ténèbres se dissiperont  
Et les chaînes se briseront.

---

Extrait du "*Défenseurs de la patrie*"

HYMNE NATIONAL DE LA TUNISIE

ABOU EL KACEM CHEBBI



# Table des matières

Résumé	ii
Remerciements	iv
Avant-propos	vi
Table des matières	ix
Liste des tableaux	xii
Table des figures	xiv
<b>1 Introduction générale</b>	<b>1</b>
1.1 Introduction . . . . .	2
1.2 Problématique et objectifs . . . . .	3
1.2.1 Planification intégrée de la production et de la maintenance préventive périodique des systèmes multi-états . . . . .	5
1.2.2 Planification intégrée de la maintenance préventive non périodique et de la production : cas d'une seule machine . . . . .	6
1.2.3 Planification intégrée de la maintenance préventive et de la pro- duction : cas des systèmes multi-états . . . . .	6
1.3 Revue de littérature . . . . .	7
1.3.1 Les systèmes multi-états . . . . .	7
1.3.2 Planification de la maintenance . . . . .	13
1.3.3 Planification de la production . . . . .	16
1.3.4 Planification intégrée de la maintenance préventive et de la pro- duction . . . . .	19
1.3.5 Méthodes d'optimisation . . . . .	22
1.4 Méthodologie et contributions . . . . .	25
1.5 Conclusion . . . . .	28
<b>Bibliographie</b>	<b>28</b>
<b>2 An integrated model for production and preventive maintenance plan-</b>	

<b>ning in multi-state systems</b>	<b>40</b>
2.1 Introduction . . . . .	44
2.2 The mathematical model . . . . .	45
2.2.1 The multi-state production system . . . . .	45
2.2.2 The preventive maintenance policy . . . . .	46
2.2.3 The integrated model . . . . .	47
2.3 Evaluation of $CM(\alpha)$ , $TM(\alpha)$ , and $G_{MSS}^t(\alpha)$ . . . . .	49
2.3.1 Evaluation of $CM(\alpha)$ and $TM(\alpha)$ . . . . .	49
2.3.2 Evaluation of $G_{MSS}^t(\alpha)$ . . . . .	51
2.4 Solution method . . . . .	54
2.4.1 Exhaustive evaluation of PM alternatives . . . . .	54
2.4.2 Genetic algorithm . . . . .	55
2.5 Numerical examples . . . . .	57
2.5.1 Illustrative example . . . . .	58
2.5.2 Larger problems . . . . .	59
2.6 Conclusion . . . . .	67
<b>Bibliographie</b>	<b>68</b>
<b>3 Integrating noncyclical preventive maintenance scheduling and production planning for a single machine</b>	<b>71</b>
3.1 Introduction . . . . .	73
3.1.1 Motivation . . . . .	73
3.1.2 Prior literature . . . . .	73
3.1.3 Objective and outline . . . . .	75
3.2 Problem description . . . . .	76
3.2.1 The preventive maintenance scheduling problem . . . . .	76
3.2.2 The production planning problem . . . . .	76
3.2.3 The integrated problem . . . . .	77
3.3 Mathematical model . . . . .	77
3.3.1 Evaluating the maintenance cost and the production capacity reduction . . . . .	77
3.3.2 The integrated model . . . . .	79
3.4 Solution method . . . . .	81
3.5 Numerical example . . . . .	83
3.5.1 Problem data . . . . .	83
3.5.2 Results and discussion . . . . .	84
3.6 Design of experiment . . . . .	89
3.7 Conclusion . . . . .	91
<b>Bibliographie</b>	<b>92</b>

<b>4</b>	<b>Integrating noncyclical preventive maintenance scheduling and production planning for multi-state systems</b>	<b>95</b>
4.1	Introduction . . . . .	97
4.2	The mathematical model . . . . .	100
4.2.1	Problem description . . . . .	100
4.2.2	Additional parameters . . . . .	100
4.2.3	Decision variables . . . . .	101
4.2.4	The model . . . . .	101
4.3	Evaluation of $CM(\mathbf{Z})$ and $G_{MSS}^t(\mathbf{Z})$ . . . . .	102
4.4	Solution method . . . . .	107
4.4.1	Exhaustive Search method . . . . .	108
4.4.2	Simulated Annealing Algorithm . . . . .	108
4.5	Numerical example . . . . .	109
4.5.1	Problem data . . . . .	109
4.5.2	Results and discussion . . . . .	112
4.6	Extended model . . . . .	114
4.6.1	Motivations . . . . .	114
4.6.2	The modified model . . . . .	115
4.6.3	Numerical example . . . . .	116
4.7	Conclusion . . . . .	117
	<b>Bibliographie</b>	<b>117</b>
<b>5</b>	<b>Conclusion générale</b>	<b>121</b>



# Liste des tableaux

1.1	Classification des modèles de planification de production (Mula et al., 2006)	17
1.2	Les décisions relatives à la planification stratégique, tactique et opérationnelle (Miller, 2002)	18
2.1	Example of a system with two parallel components.	54
2.2	Characteristics of the components.	58
2.3	Demands of products.	58
2.4	Cost data of products.	59
2.5	The expected number of failure by time interval.	59
2.6	Evaluation of costs for each PM alternative	60
2.7	Optimal production plan when integrating production and PM	61
2.8	Characteristics of the components (Problem 1).	61
2.9	Demands of products (Problem 1).	62
2.10	Cost data of products (Problem 1).	62
2.11	Characteristics of the components (Problem 2).	62
2.12	Characteristics of the components (Problem 3).	63
2.13	Demands of products (Problem 3).	63
2.14	Cost data of products (Problem 3).	64
2.15	Results of the exhaustive evaluation method.	64
2.16	Values of parameters.	65
2.17	The costs found by GA when performing 10 runs.	65
2.18	The execution times in seconds of the exhaustive method (EM), and of GA over 10 runs.	65
2.19	The vectors $\alpha$ for the best obtained solutions.	66
2.20	Best production plan when integrating production, and PM for Problem 1	66
2.21	Best production plan when integrating production, and PM for Problem 2	66
2.22	Best production plan when integrating production, and PM for Problem 3	67
3.1	Characteristics of the machine.	83
3.2	Demands of products.	83
3.3	Cost data of products.	84
3.4	Evaluation of costs for each cyclical PM solution.	85

3.5	Optimal production plan when integrating production and cyclical PM.	85
3.6	Costs obtained for noncyclical PM . . . . .	86
3.7	Optimal production plan where integrating production and general PM.	86
3.8	Experiment design parameters. . . . .	89
3.9	Experiment design results for a fixed stationary mean demand and different values of the demand fluctuation parameter. . . . .	90
3.10	Experiment design results for different stationary mean demand with a fixed fluctuation parameter. . . . .	91
4.1	Characteristics of the production system components. . . . .	111
4.2	Demands of products. . . . .	111
4.3	Cost data of products. . . . .	111
4.4	Maintenance policy matrix optimizing maintenance and total costs and their capacities. . . . .	112
4.5	Production plan optimizing the maintenance cost. . . . .	113
4.6	Production plan optimizing the total cost. . . . .	113
4.7	Optimal maintenance policies for the different values of the reduction percentage $\delta$ . . . . .	116

# Table des figures

1.1	Structure, méthodologie et contributions de la thèse . . . . .	26
2.1	Illustrative example. . . . .	50
3.1	Solution algorithm flowchart . . . . .	82
3.2	Dissimilarity between the demand and the optimal cyclical PM plan capacity. . . . .	88
3.3	Demand influence for the different production and preventive maintenance plans. . . . .	88
4.1	Maintenance policy for a component $j$ of the MSS . . . . .	103
4.2	Structure of the Maintenance Policy matrix . . . . .	104
4.3	Example of the maintenance policy matrix for $n = 4$ , $T = 5$ and $S = 2$ . . . . .	104
4.4	Scale reduction matrix $\mathbf{Q}$ for $n = 4$ , $T = 5$ and $S = 2$ . . . . .	107
4.5	Example of neighbourhood move for a production system with $n = 3$ , $T = 3$ and $S = 2$ . . . . .	109
4.6	Simulated Annealing pseudo-code . . . . .	110
4.7	Three binary-state components serie-parallel system . . . . .	110



# Chapitre 1

## Introduction générale

## 1.1 Introduction

Dans un contexte concurrentiel accru, les entreprises modernes doivent être compétitives afin d'assurer leur pérennité. La compétitivité est définie par William-J and Benedetti (2001) comme étant l'efficacité avec laquelle une entreprise répond aux besoins de ses clients par rapport aux autres qui offrent des biens ou des services similaires. Ces entreprises doivent donc mieux gérer les ressources, diminuer les coûts et augmenter leur productivité. Le génie industriel est une discipline offrant une panoplie d'outils et de méthodes permettant aux entreprises d'atteindre ces objectifs. L'optimisation des systèmes de production est l'un des outils clefs de cette discipline. En effet, l'objectif de l'optimisation est de déterminer les extremums d'une fonction ayant une relation algébrique entre plusieurs variables. Dans le domaine de la gestion de la production, l'optimisation consiste donc à élaborer un ensemble de méthodes et de techniques dans le but de produire plus dans les moindres délais, en utilisant le moins de ressources possibles, tout en respectant les capacités de l'entreprise (Machani, 2009).

Dans un processus décisionnel, l'optimisation de la production représente un enjeu majeur pour les gestionnaires d'entreprise, en particulier la planification de la production et de la maintenance vu leur impact majeur sur la performance générale de l'entreprise. La planification de la production a pour but d'établir un plan permettant d'exploiter efficacement les ressources humaines et matérielles de l'entreprise afin de satisfaire la demande (William-J and Benedetti, 2001). Quant à la maintenance, elle partage les mêmes ressources humaines et matérielles que la production mais dans le but de garder les équipements dans un bon état de fonctionnement. L'optimisation de la maintenance et de la production exige une certaine collaboration entre les deux départements. En conséquence, cette thèse aborde la problématique de la planification intégrée de ces deux activités. Elle présente des modèles de planification intégrant la maintenance préventive et la production et modélisant le système de production comme un système multi-états.

Ce chapitre, introduit cette problématique et présente le cadre général et les objectifs essentiels de cette thèse. Il sera divisé en quatre sections : la première section aborde la problématique générale et les objectifs, et présente les contributions de cette thèse. La deuxième partie, présente une revue de littérature sur les principaux travaux publiés sur le sujet de la thèse. La troisième section introduit les contributions et la méthodologie de recherche utilisée dans cette thèse. Finalement, une conclusion est présentée à la dernière section.

## 1.2 Problématique et objectifs

Cette thèse aborde la problématique de la planification intégrée de la maintenance préventive et le niveau tactique de la production des systèmes multi-états. Les systèmes multi-états (SME) sont définis comme étant des systèmes qui possèdent un nombre fini de performances allant du fonctionnement parfait jusqu'à l'arrêt total (Lisnianski and Levitin, 2003). Contrairement aux systèmes binaires qui ne considèrent que deux cas possibles : le fonctionnement parfait et la défaillance complète, les SME peuvent fonctionner avec une performance partielle ou intermédiaire. La défaillance du système peut être complète entraînant l'arrêt de fonctionnement, ou elle peut être partielle entraînant la dégradation de la performance sans causer l'arrêt du système (Ushakov et al., 2002). Les travaux modélisant les systèmes de production comme des SME sont limités dans la littérature. Bien que cette modélisation soit plus complexe et conduise à des calculs plus coûteux, elle est plus proche de la réalité industrielle où un système et ses composantes peuvent fonctionner avec différents niveaux de performance. Dans ce cas, la performance du SME sera associée à sa capacité de production. Il existe en effet plusieurs situations en pratique dans lesquelles un système de production doit être considéré comme un système multi-états :

1. un système formé de différentes machines qui ont un effet cumulatif sur la production est un SME dont le taux de production dépend de la disponibilité de ses machines ;
2. le taux de production d'un système peut diminuer avec le temps à cause des dégradations graduelles des différentes composantes (fatigue, défaillances partielles, chocs aléatoires, etc.) ou des conditions ambiantes.

Nous allons considérer la première catégorie des SME dans cette thèse. Lisnianski and Levitin (2003) expliquent d'une façon détaillée la théorie et les principaux modèles de planification des systèmes multi-états. Cette planification traite, en général, la production et la maintenance d'une façon séparée ou séquentielle (Ammi, 2007).

La planification séparée considère la maintenance et la production comme étant des activités indépendantes, pouvant ainsi être une source de conflit entre les départements concernés. En fait, la planification de la production a pour but de satisfaire les commandes clients dans les délais, exigeant ainsi une disponibilité maximale de l'ensemble des équipements. Or, la planification de la maintenance exige, entre autres, des arrêts de production pour effectuer des actions préventives, ce qui affecte la capacité du système de production. Cette situation génère plusieurs interférences entre les deux départements entraînant des retards dans les deux activités (Ammi, 2007).



La stratégie séquentielle consiste à planifier l'une des deux activités (maintenance ou production) et l'utiliser comme contrainte supplémentaire comme pour la planification de l'activité suivante (Benbouzid et al., 2006). La méthode séquentielle est nettement meilleure que la méthode séparée, mais l'aspect non optimal de cette méthode peut générer des coûts supplémentaires des arrêts de production pour des pannes imprévues, et n'évite pas le conflit entre la maintenance et la production.

Selon Aghezzaf et al. (2008b), une planification intégrée de la maintenance préventive et de la production permet de remédier à ces problèmes, de réduire les arrêtes, les retards et la replanification de la production. C'est-à-dire que la planification de la maintenance et de la production doivent se faire d'une façon simultanée afin d'augmenter la productivité et réduire les coûts (Chung et al., 2009).

Dans cette thèse, on s'intéresse à la problématique de la planification conjointe de la maintenance préventive et de la production (au niveau tactique) des systèmes multi-états. Ce travail tient compte, d'une part, des contraintes du service maintenance telles que la limite des ressources et le choix de la stratégie ainsi que la fréquence des remplacements préventifs (périodiques ou non) ; d'autre part, il respecte les exigences de la production, soit le respect des délais et la satisfaction de la demande. La résolution de ce problème permettra donc de réduire les arrêts non planifiés, le coût total de la production et de la maintenance et aussi, de choisir la meilleure stratégie de maintenance relative aux caractéristiques du système (périodique ou non). Cependant, les problèmes d'optimisation de la maintenance et de la production relèvent généralement de l'optimisation combinatoire difficile. Ces problèmes de grande taille requièrent des temps de calcul assez longs (parfois irréalisables) pour obtenir la solution optimale. Des algorithmes de résolution seront alors développés afin d'aboutir à la solution optimale ou à une solution réalisable.

La problématique de la planification intégrée de la maintenance préventive et de la production sera abordée en trois parties qui représenteront les contributions de cette thèse. La première contribution porte sur la modélisation de la planification intégrée de la maintenance préventive périodique et de la production des SME. La seconde contribution aborde le problème de la maintenance préventive non-périodique et de la production dans le cas d'une seule composante. Finalement, la troisième contribution porte sur le cas général de l'optimisation de la maintenance préventive et de la production dans les systèmes multi-états. Notons que dans ces trois parties il s'agit d'une planification tactique de la production (à moyen terme) basée sur le problème de détermination de taille de lot capacitaire.

La problématique et les objectifs spécifiques de chacune des contributions seront présentés dans les paragraphes suivants.

### 1.2.1 Planification intégrée de la production et de la maintenance préventive périodique des systèmes multi-états

Dans cette contribution, on considère un système de production constitué d'une machine à  $n$  composantes binaires produisant un ensemble de produits  $P$  dans une période de planification  $H$  composée de  $T$  périodes de longueurs identiques. A chaque produit  $p \in P$ , correspond une demande  $d_{pt}$  à satisfaire à la fin de chaque période. Le système de production possède un nombre fini de niveaux de performance et une probabilité stationnaire est associée à chaque performance relative aux états du système. Toutes les composantes du SME sont assujetties à des actions de maintenance préventive et corrective. La maintenance préventive (MP) suggère une politique de remplacement à neuf (maintenance parfaite) selon une fréquence cyclique pour chacune des composantes. La MP peut être réalisée au début de chaque période de planification de production. De plus, le système est assujetti à des réparations minimales en cas de pannes imprévues (maintenance corrective). Les composantes binaires du SME sont aussi caractérisées par les temps et les coûts relatifs à la maintenance préventive et corrective. Les sommes de ces coûts et de ces temps définissent respectivement le coût total  $CM$  et le temps total  $TM$  de la maintenance du SME. La problématique principale consiste à générer un plan optimal intégré pour la maintenance préventive périodique et la production et d'estimer l'apport économique de l'intégration de la planification de la maintenance et de la production. Par conséquent, les objectifs qui découlent de cette problématique sont :

- développer une méthode d'évaluation des paramètres du modèle tels que les coûts de maintenance, les temps de maintenance, la disponibilité du système et la capacité du SME ;
- proposer une méthode d'optimisation afin de résoudre le modèle proposé pour des problèmes de différentes tailles ;
- évaluer l'apport économique généré par l'intégration de la maintenance préventive et de la production.



### 1.2.2 Planification intégrée de la maintenance préventive non périodique et de la production : cas d'une seule machine

Cette contribution suggère un modèle de planification de la production et de la maintenance préventive générale (non nécessairement périodique) pour un système de production constitué d'une seule composante. La capacité de la composante dépend essentiellement de la politique de maintenance utilisée. En effet, les durées d'indisponibilité réduisant la capacité sont reliées aux durées et aux instants de maintenance préventive, ainsi qu'aux probabilités de pannes à chaque période de production. Par conséquent, cette machine est toujours considérée comme un SME vu qu'elle possède un nombre fini de niveaux de performance dépendant de la politique de maintenance utilisée. Afin de supprimer la contrainte de périodicité, la planification de la maintenance préventive du système sera basée sur les instants d'intervention et non pas sur la longueur de l'intervalle de remplacement. Afin d'aborder cette problématique, on se fixe les objectifs suivants :

- établir une méthode d'évaluation de l'âge effectif du composant en tenant compte de la politique de maintenance ;
- proposer une méthode d'évaluation des paramètres du modèle tels que les coûts de maintenance, la disponibilité ainsi que la capacité générale de la composante relative à chaque politique de maintenance ;
- établir une méthode de résolution du modèle générant la solution optimale ;
- analyser et expliquer l'effet et l'impact économique de la contrainte de périodicité.

### 1.2.3 Planification intégrée de la maintenance préventive et de la production : cas des systèmes multi-états

Ce modèle présente un cas plus général. Il s'agit d'un modèle de planification de la maintenance préventive non périodique et de la production, et ce dans le cas d'un système multi-états à plusieurs composantes binaires. Une modélisation matricielle sera donc utilisée afin d'établir la politique de maintenance relative à chaque composante, tout en tenant compte des contraintes de capacité et de satisfaction de la demande. Dans ce problème, on considère que chaque période de planification de production sera divisée en sous-périodes pour la planification de la maintenance. La politique de maintenance suggère la possibilité d'un remplacement qui peut être réalisé au début de chaque période de planification de la maintenance (*i.e.* au cours de la période de planification de la production). Ceci permet plus de flexibilité de la maintenance à l'intérieur de la

période de planification de la production surtout pour certains équipements sensibles ou critiques. Si le nombre de sous-périodes  $S$  augmente, le modèle tend vers une politique de maintenance continue permettant une intervention préventive à tout moment de l'horizon de planification. Ceci dit, le modèle peut éventuellement considérer un gain économique si les intervention préventives se font en début des périodes de planification de la production. Vu le grand nombre de variables de décision relatives à la politique de la maintenance et de la production, ce modèle nécessite une méthode de résolution permettant d'obtenir un résultat optimal (ou approximatif) dans un délai raisonnable. Afin de résoudre cette problématique, les objectifs relatifs à cette contribution sont :

- développer une méthode d'évaluation des paramètres du modèle tels que l'âge des composantes, les coûts de maintenance (selon les différentes hypothèses), les temps de maintenance, la disponibilité du système et la capacité du SME ;
- proposer une méthode d'optimisation afin de résoudre le modèle proposé pour des problèmes de différentes tailles.

## 1.3 Revue de littérature

Afin d'atteindre les objectifs mentionnés ci-dessus, une revue de littérature relative à la problématique de cette thèse est réalisée. Cette revue présente les principaux travaux publiés sur les systèmes multi-états, la planification de la maintenance et de la production, ainsi que les méthodes d'optimisation.

### 1.3.1 Les systèmes multi-états

Les systèmes multi-états ont été introduits dans les années 70 où les concepts de base ont été définis (Lisnianski and Levitin, 2003 ; Ushakov et al., 2002). Dans la plupart de ces travaux une extension des systèmes binaires est généralisée aux systèmes multi-états. En effet, un système multi-états est un système qui peut avoir un nombre fini de niveaux de performance. La performance de ce système peut varier du fonctionnement parfait jusqu'à la défaillance complète. Les défaillances qui causent la diminution de la performance du système sont appelées les défaillances partielles (Lisnianski and Levitin, 2003). Le concept des systèmes multi-états a été largement utilisé pour les générateurs d'énergie qui possèdent une capacité nominale déterminée qui peut être réduite par certaines défaillances sans l'arrêt total du système (Levitin and Lisnianski, 2001c). Certains travaux comme Huang et al. (1998) et Branca and Martinelli (2003) modélisent



les systèmes manufacturiers comme des systèmes multi-états où la performance nominale du système est associée à sa capacité de production. Toutefois, l'utilisation des notions des systèmes multi-états dans les systèmes de production manufacturière est limitée vu l'aspect discret du problème et la présence de stock dans les systèmes de production.

### Indices de fiabilité des systèmes multi-états

La fiabilité des systèmes multi-états a été introduite vers le début des années 80 par Griffith (1980) où plusieurs nouvelles approches ont été utilisées, vu que l'approche booléenne s'est avérée limitée. En se basant sur les concepts des SME, l'ensemble des niveaux de performance peut être divisé en deux classes majeures correspondantes aux niveaux acceptable et inacceptable (qui représente les défaillances).

Le fonctionnement du système est caractérisé par la génération d'une performance  $G(t)$ , l'état de performance acceptable dépend essentiellement de la valeur de cet indice. Dans certains cas, cette dépendance peut être exprimée par la fonction d'acceptabilité  $F$  qui prend des valeurs non-négatives si l'état du système est acceptable. Dans la plupart des cas, le niveau d'acceptabilité du système dépend de la relation entre les niveaux de performance du système et le niveau de performance désiré  $W$  (demande). En effet, un état acceptable du système correspond à une fonction d'acceptabilité positive, alors qu'un état inacceptable du système est associé à une valeur négative traduisant la défaillance du système (Lisnianski and Levitin, 2003). En pratique, la fonction d'acceptabilité peut être définie explicitement, par exemple, comme étant la différence entre le niveau de performance du système et la performance désirée selon l'équation :

$$F(G(t), W(t)) = G(t) - W(t) \quad (1.1)$$

Par conséquent, la fiabilité d'un système multi-états peut être définie comme l'aptitude du système à rester dans un état acceptable pendant la durée de fonctionnement (Xue and Yang, 1995). Plusieurs indices ont été développés pour représenter une caractérisation numérique de la notion de fiabilité des SME. Ils sont considérés comme une extension des indices de fiabilité des systèmes binaires. La plupart de ces indices sont basés sur l'évolution temporelle du système, ainsi que la correspondance entre le niveau de performance générée et le niveau de performance demandée (Lisnianski and Levitin, 2003). Cependant, l'application de la notion de la fiabilité telle que définie est beaucoup plus adaptée pour un contexte de produit continu et non stockable comme l'énergie hydro-électrique par exemple. Cette fiabilité est plus compliquée à estimer dans le cadre

d'un système manufacturier où les stocks et les encours peuvent garder la capacité du système acceptable même s'il est en défaillance totale.

La disponibilité des SME est parmi les indices de fiabilité les plus utilisés, en particulier dans le domaine manufacturier. La disponibilité instantanée des SME est définie comme étant la probabilité du SME à être dans un état acceptable à un instant donné  $t > 0$ , sachant que l'état initial à  $t = 0$  représente le meilleur état du système (Levitin et al., 2000). Dans un état permanent, la disponibilité stationnaire  $A$  du SME peut être définie comme la somme des probabilités  $p_k$  stationnaires relatives aux états acceptables  $G_k$  tel que :

$$A(W) = \sum_{G_k \geq W} p_k \quad (1.2)$$

La performance générale du SME, notée  $G_{MSS}$ , peut être exprimée selon l'équation :

$$G_{MSS} = \sum_{k=1}^K p_k G_k \quad (1.3)$$

Plusieurs autres mesures de fiabilité des SME ont été présentées dans la littérature. Ramirez-Marquez et al. (2006) ont rappelé un certain nombre de ces mesures de fiabilité dont on cite : l'indice de l'insatisfaction de la demande, la fréquence de panne du système et l'importance de la redondance du système. Ramirez-Marquez and Coit (2007) présentent l'indice d'importance des composantes afin d'évaluer leurs impacts et leurs criticités par rapport à l'ensemble du SME. Griffith (1980) définit le vecteur d'importance de Griffith comme étant une mesure permettant d'évaluer l'impact de la détérioration de l'état d'un composant sur le système. Cependant, cet indice de fiabilité ne permet pas de déterminer quel composant affecte le plus le SME. Par conséquent, Wu and Chan (2003) introduisent l'indice d'importance utile qui représente la contribution d'un état  $k$  d'une composante sur la performance du système. Korczak et al. (2005) développent l'indice de survie comme l'aptitude du système à tolérer les attaques intentionnelles ou les pannes accidentelles. (Zaitseva and Levashenko, 2002 ; Zaitseva, 2003 ; Zaitseva et al., 2005) suggèrent des indices de fiabilité dynamiques des SME permettant d'évaluer l'impact des changements des états des composantes sur les frontières des performances du système.



## Évaluation des indices de fiabilité des systèmes multi-états

Selon la section précédente, les indices de fiabilité des SME sont des paramètres importants à mesurer. Pour cela, plusieurs techniques ont été développées dans la littérature pour les quantifier. Quatre approches essentielles énumérées par Ushakov et al. (2002) sont largement utilisées : l'approche de la fonction de structure, la simulation de Monte-Carlo, les processus stochastiques et la fonction de génération de moment universelle (UMGF pour "Universal Moment Generating Function", en anglais).

L'approche de la fonction de structure était la première approche utilisée pour le calcul de la fiabilité des systèmes multi-états qui est basée essentiellement sur les notions de la logique booléenne. Elle est définie par Lisnianski and Levitin (2003) comme une description mathématique liant les performances des composantes du système à la performance générale du SME. Plusieurs tentatives d'amélioration et de simplification de cette méthode ont été réalisées afin de la rendre applicable à certains cas réels des systèmes multi-états comme par exemple les travaux de Boedigheimer and Kapur (1994) et Zaitseva and Levashenko (2007).

L'approche de la simulation de Monte-Carlo est une technique probabiliste visant à calculer une valeur numérique à travers des procédés aléatoires. Cette méthode a été utilisée par Ramirez-Marquez and Coit (2007) et Ramirez-Marquez and Coit (2005) pour l'estimation de la criticité des composantes d'un SME complexe. Zio et al. (2007) suggèrent une méthode pour améliorer la performance d'un réseau de chemin de fer, modélisé comme un SME, en utilisant la simulation de Monte-Carlo. Cependant, le principal désavantage de cette méthode concerne le temps relatif à son utilisation qui peut s'avérer élevé dans certains cas.

L'approche des processus stochastiques est une méthode plus universelle. Cependant, elle est plus applicable dans le cas des systèmes de petite taille, vu que le nombre des états augmente avec le nombre des composants du système. Selon Ushakov et al. (2002), les processus stochastiques ont été appliqués pour la première fois dans le contexte des systèmes multi-états au milieu des années 80. Plusieurs applications ont été ensuite développées pour l'évaluation de la fiabilité des systèmes multi-états. A travers les processus de Markov, cette méthode se base essentiellement sur l'estimation des nombres de pannes aléatoires à l'aide du processus de Poisson, permettant ainsi le calcul de la fiabilité, de la disponibilité et de la performance et la défaillance accumulée des SME (Gurler and Kaya, 2002). (Lisnianski and Levitin, 2003; Kim and Makis, 2009; Yeh, 1996; Nourelfath and Ait-Kadi, 2007) ont appliqué les processus de Markov dans des méthodologies d'optimisation de la politique de maintenance ou de remplacement d'un SME. Li et al. (2005b) proposent une méthodologie basée sur les processus stochastiques



afin d'estimer la fiabilité d'un SME cohérent. Soro et al. (2010) calculent la performance instantanée et stationnaire en utilisant les processus de Markov pour un SME dégradable. Tan and Raghavan (2008) combinent la méthode des processus stochastiques avec l'UMFG pour développer un modèle de maintenance prédictive pour un SME.

L'approche UMGF a été introduite par Ushakov (1986). Cette méthode a été largement appliquée dans la génération de l'énergie électrique Lisnianski et al. (1996). (Levitin and Lisnianski, 2000b; Nahas et al., 2008; Levitin, 2001; Levitin and Lisnianski, 2001c; Nourelfath and Ait-Kadi, 2007; Tan and Raghavan, 2008; Levitin, 2002a, 2000) ont utilisé cette technique pour les systèmes séries, parallèles et série-parallèles. Des structures plus complexes sont traitées dans (Levitin and Lisnianski, 1998b; Levitin, 2002c; Yeh, 2006). (Levitin et al., 1997; Lisnianski et al., 1996; Levitin and Lisnianski, 1998a; Nourelfath and Dutuit, 2004; Levitin, 2001; Tian et al., 2009; Lisnianski and Ding, 2009) l'ont appliquée pour l'évaluation de la fiabilité des systèmes avec redondance.

Plusieurs travaux font appel à l'UMGF pour le calcul des indices de fiabilité des SME, tels que la fiabilité, la disponibilité et la performance des SME. (Levitin, 2007; Lisnianski, 2007; Youssef and Elmaraghy, 2008; Youssef et al., 2006; Levitin and Xing, 2010; Levitin and Lisnianski, 1999a; Levitin et al., 2003) l'ont utilisée pour le calcul de l'indice d'importance des éléments du SME. Kórczak et al. (2005) et Hausken and Levitin (2009) ont appliqué l'UMGF pour le calcul de l'indice de survie.

L'UMGF établit une procédure simple et rapide pour le calcul de la fiabilité des systèmes multi-états. Elle est définie par le polynôme :

$$U(t, z) = \sum_{k=1}^K q_k(t) z^{G_k} \quad (1.4)$$

où  $q_k$  représente la probabilité de l'état de performance  $G_k$ . Par conséquent, la disponibilité du système pour un instant  $t > 0$  pour une demande  $W$  est obtenue par :

$$A(t, W) = \delta_A(U(t, z), W) = \delta_A\left(\sum_{k=1}^K q_k(t) z^{G_k}, W\right) = \sum_{k=1}^K q_k(t) \alpha(G_k - W) \quad (1.5)$$

avec :  $\alpha(x) = 1$  si  $x > 0$ , 0 sinon (Fonction d'acceptabilité). Ushakov (1986) et Lisnianski and Levitin (2003) présentent en détail les concepts mathématiques de l'UMGF.

## Optimisation des systèmes multi-états

Plusieurs problèmes d'optimisation des SME ont été abordés dans la littérature traitant essentiellement des éléments caractérisés par leur coût, productivité ou fiabilité. Ushakov et al. (2002); Levitin and Lisnianski (2001a); Levitin et al. (2000) classent les problèmes d'optimisation de la fiabilité appliquée aux systèmes multi-états en quatre principales catégories. La première catégorie aborde la détermination de la structure optimale en se basant sur le choix des équipements ou sur la détermination de la combinaison série-parallèle des composants. La fonction objectif de ces modèles minimise le coût total sujet à des contraintes de satisfaction de la demande avec un niveau désiré de performance. Levitin (2002b) présente un algorithme permettant d'établir la configuration optimale série-parallèle pour un SME composé de plusieurs composantes ayant des fiabilités et des performances différentes. Lisnianski et al. (1996); Levitin and Lisnianski (1998b); Tian et al. (2009); Ramirez-Marquez and Coit (2004) génèrent des solutions optimales tenant compte simultanément de la fiabilité et des estimations des coûts. Nourelfath and Ait-Kadi (2007) et Levitin (2001) développent davantage cette problématique en proposant un modèle qui optimise la configuration du système multi-états série-parallèle en tenant compte des contraintes de maintenance et de disponibilité des ressources. Les travaux Ouzineb et al. (2008) et Ouzineb et al. (2011) traitent les problèmes d'allocation avec redondance série-parallèles en utilisant respectivement des éléments identiques et non identiques. Ces modèles permettent déterminer la structure optimale minimisant le cout total du système en respectant le niveau de fiabilité exigé.

Cependant, selon Ushakov et al. (2002) les cas pratiques exigent généralement l'amélioration de certains systèmes existants afin de pouvoir satisfaire de nouveaux niveaux de demande ou des nouvelles exigences de fiabilité. Ce genre de problème, représentant la deuxième catégorie des problèmes d'optimisation de la fiabilité, est traité par Levitin et al. (1997) en proposant des modèles qui déterminent quels éléments ajouter au système existant et quels composants choisir. Levitin and Lisnianski (2000a) ont amélioré ces modèles en incluant une modélisation à plusieurs niveaux choisissant non seulement quel élément doit être ajouté ou modifié, mais aussi le moment précis pour le faire, ce qui permettra de s'adapter en cas d'un changement des niveaux de demande. Dans le même contexte, Ouzineb et al. (2011) suggèrent un modèle permettant l'ajout de nouveaux éléments à un système série-parallèle existant afin d'améliorer sa productivité. Levitin and Lisnianski (2001b) proposent une méthode permettant de séparer des éléments d'un SME série-parallèle afin d'améliorer l'indice de survie du système au moindre coût.

La troisième catégorie des problèmes d'optimisation de fiabilité traite la planification de la maintenance des systèmes multi-états à coût minimal. Ce genre de modèles



détermine les éléments à maintenir ainsi que les moments d'intervention durant une période de temps. Ces problèmes ont été traités par Levitin and Lisnianski (2000b), Levitin and Lisnianski (2000a), Gurler and Kaya (2002) et Nahas et al. (2008) qui ont déterminés, pour chaque élément, les instants et les fréquences des activités de maintenance. Kim and Makis (2009) proposent un modèle d'optimisation des coûts de la maintenance d'un SME en tenant compte des natures de pannes (majeure ou mineure). Levitin (2002a) suggère un modèle d'allocation de temps de test pour maximiser la fiabilité du SME en tenant compte des contraintes de ressources. Certains travaux présentent des modèles de planification de maintenance sélective (Chen et al., 1999) ou prédictive (Tan and Raghavan, 2008). Cependant, Ushakov et al. (2002) évoquent la problématique de la redondance des éléments dans le cas de la planification de la maintenance. Cette problématique soulève la question d'utiliser plus d'éléments redondants et moins d'investissement en maintenance ou vice versa (Ushakov et al., 2002). La solution à ce genre de problèmes est de trouver le compromis optimal qui minimise le coût en gardant un niveau requis de fiabilité. Levitin and Lisnianski (1998a), Levitin (2001) et Tian et al. (2009) obtiennent ce compromis en considérant les niveaux de performance de chaque élément du système. Nourelfath and Dutuit (2004) ont développé un modèle permettant de minimiser les coûts de la configuration série-parallèle d'un système redondant sous des contraintes de réparation.

Finalement, la quatrième catégorie propose un problème d'optimisation plus général tel que l'optimisation à plusieurs niveaux. Levitin and Lisnianski (1999b) et Levitin and Lisnianski (2000b) abordent ce problème en modernisant un système multi-états sujet à des exigences de fiabilité et de performance. Un plan de modernisation à coût minimal a été développé afin de planifier la maintenance et moderniser les équipements. Su and Chang (2000) développent un modèle minimisant le coût du cycle de vie du SME à travers une maintenance préventive.

### 1.3.2 Planification de la maintenance

Le service de la maintenance a pour objectif d'améliorer la disponibilité des systèmes de production et réduire la fréquence des pannes tout en minimisant les coûts des opérations et des pertes engendrées par les pannes. Selon Dunn (1987), le coût de la maintenance est estimé entre 15 à 40% du coût total de la production. Par conséquent, cette activité ne se limite plus aux réparations ordinaires effectuées sur les équipements, mais elle est devenue une activité de plus en plus importante au sein de l'entreprise. Elle doit ainsi reposer sur une stratégie claire permettant de réduire ces coûts tout en garantissant une certaine fiabilité des équipements. L'optimisation des stratégies de maintenance a été largement développée dans la littérature. D'après Wang (2002),



optimiser la maintenance d'un système consiste à :

- minimiser le coût total de la maintenance ;
- maximiser les mesures de fiabilité (fiabilité, disponibilité, temps de bon fonctionnement, etc.) ;
- minimiser les coûts de maintenance en respectant les exigences de fiabilité ;
- maximiser les mesures de fiabilité en respectant les contraintes budgétaires.

La planification des stratégies de maintenance est l'un des principaux facteurs permettant de réaliser les objectifs d'optimisation présentés précédemment. Cependant, certaines études montrent que 50% des gestionnaires d'entreprises classent la planification de la maintenance comme l'un des trois problèmes majeurs de leurs compagnies (Lofsten, 2000). Afin de résoudre cette problématique, plusieurs modèles de planification de la maintenance ont été introduits dans la littérature. La plupart de ces modèles reposent sur la maintenance préventive ou corrective. Kaffel (2001) définit la maintenance corrective comme une maintenance effectuée après défaillance. Elle est caractérisée par son aspect aléatoire et requiert des ressources humaines compétentes et des ressources matérielles (pièces de rechange et outillage) disponibles sur place. Quant à la maintenance préventive, elle est définie comme une maintenance effectuée dans l'intention de réduire la probabilité de défaillance d'un bien ou d'un service rendu. Les activités correspondantes sont déclenchées selon un échancier établi afin de garantir un certain niveau de fiabilité. Ces échanciers de maintenance préventive doivent considérer en général les pannes non planifiées (maintenance corrective) en tenant compte de la structure du système, la dépendance entre les éléments, la nature des pannes et la corrélation entre les pannes (Wang, 2002).

Au niveau de la maintenance préventive, la fréquence des remplacements peut être périodique ou non périodique. La plupart des modèles traitent en général la maintenance préventive périodique (Grigorieva et al., 2006). En effet, le caractère périodique de la maintenance préventive peut être choisi à cause de son aspect pratique au niveau de la gestion des ressources ou des équipements. Il s'agit dans ce cas d'une exécution répétitive du même plan optimal (généralement des actions réalisées à chaque intervalle optimal de remplacement) au cours de l'horizon de planification (Wang and Pham, 1999 ; Pongpech and Murthy, 2006). Quelques travaux dans la littérature traitent la problématique de la maintenance préventive non périodique. L'objectif de ces modèles est de déterminer le meilleur moment pour effectuer une action de maintenance préventive (Yao et al., 2004) ou la séquence optimale de remplacement (Levitin and Lisnianski, 2000b).

Plusieurs stratégies de remplacement peuvent être considérées pour la maintenance préventive ou corrective. Une action de maintenance qui peut remettre le système (ou



la composante) à neuf est une maintenance parfaite connue aussi sous le nom d'une maintenance du type "as good as new". Après une action de maintenance parfaite, l'âge du système (ou de la composante) est donc réduit à zéro puisque il est considéré comme neuf (Chung et al., 2009). Contrairement à ce principe, une réparation minimale est une action de maintenance qui a pour objectif de restaurer le système et le remettre en marche. Par conséquent, l'âge et le taux de panne correspondant au système (ou de la composante) après la panne sont égaux à ceux avant la panne. Cependant, la maintenance imparfaite est située entre la maintenance parfaite et la réparation minimale. Après la réparation, l'âge du système est réduit sans être remis à neuf (Hennequin et al., 2009; Wang and Pham, 1999). Les stratégies de remplacement citées précédemment font appel à la notion de l'âge du système. En effet, suite aux actions de maintenance (parfaite, imparfaite ou minimale) l'âge effectif du système à un instant  $t$  peut être différent de la portion du temps chronologique entre 0 et  $t$ . Martorell et al. (1999) explorent la notion de l'âge et son utilisation dans la maintenance des systèmes dégradables.

En se basant sur les notions de planification de la maintenance présentées ci-dessus plusieurs classifications et revues de littératures ont été réalisées sur les modèles de planification de la maintenance (Wang, 2002; Machani, 2009; Garg and Deshmukh, 2006). Wang (2002) classe ces modèles en deux grandes parties. La première suggère des modèles de maintenance d'un système à une seule composante, tandis que la deuxième traite les modèles de maintenance des systèmes à plusieurs composantes. Les principales catégories des modèles de maintenance des systèmes à une seule composante sont :

- la politique de maintenance dépendante de l'âge : la composante est remplacée si elle atteint un certain âge fixe  $T$  ou à la panne Barlow and Hunter (1960), Pham and Wang (1996), ont introduit les notions de réparation minimale et de maintenance imparfaite pour une politique du type âge. Sheu et al. (1993) et Wang and Pham (1999) développent des modèles de maintenance dépendant de l'âge permettant de choisir le type de remplacement ;
- la politique de maintenance périodique : la composante est assujettie à une maintenance préventive à des intervalles de temps fixes indépendamment de l'historique des pannes et des réparations Machani (2009). En effet, la problématique de la maintenance préventive périodique avec une réparation minimale à la panne nous intéresse particulièrement dans cette thèse. Elle a été largement développée dans la littérature. Aghezzaf et al. (2007) et Nakagawa (1981) ont développé ce genre de modèles permettant de générer la période de remplacement optimale  $T^*$  ;
- la politique du type limite défaillance : elle suggère un remplacement préventif si le taux de panne du système ou sa mesure de fiabilité dépasse un certain seuil prédéterminé. Une action de maintenance est ainsi réalisée afin de ramener le système à un niveau acceptable. Pham and Wang (1996) et Love and Guo (1996)



présentent un modèle de maintenance du type limite de défaillance pour optimiser le coût total de maintenance en générant un plan de maintenance préventive pour des systèmes avec un taux de panne qui suit une loi Weibull.

La maintenance des systèmes à plusieurs composantes représente une généralisation des politiques de maintenance relatives aux systèmes à une seule composante. Dans le cas où les composantes sont indépendantes, les modèles définis précédemment restent valables. Dans le cas contraire, il faut considérer les relations et les dépendances entre les différentes composantes qui peut être économique (Budai et al., 2006) ou stochastique (Scarf and Deara, 2003). Wang (2002), Machani (2009) et Nicolai and Dekker (2008) développent davantage les modèles de maintenance des systèmes à plusieurs composantes. Par ailleurs, dans les travaux relatifs à cette thèse, on considère que les composantes du système sont économiquement et stochastiquement indépendantes.

### 1.3.3 Planification de la production

La planification de la production est considérée comme étape primordiale dans la gestion des systèmes de production. Cette planification consiste en l'optimisation de l'exploitation des ressources (machines, main d'oeuvre, etc.) dans le but d'atteindre les objectifs de la production (Machani, 2009). Généralement, les objectifs de la production sont dictés par une demande constituée d'un plan de prévision et un carnet de commandes. Mula et al. (2006) présentent une revue de littérature complète sur les modèles de planification de la production. Ils classent ces modèles selon leurs approches de modélisation. On distingue l'approche conceptuelle, l'approche analytique, l'approche basée sur l'intelligence artificielle (AI) et l'approche basée sur la simulation. La Table 1.1 présente les principales rubriques relatives à chacune des approches.

Hax and Meal (1975) présentent une classification de la planification de la production basée sur les objectifs au cours de l'horizon de planification. En effet, le degré d'incertitude, le niveau de gestion et de contrôle du système ainsi que la nature des décisions différent si l'horizon de planification est à long, moyen ou court terme. On parle ainsi d'une planification stratégique, tactique ou opérationnelle définies dans le cadre d'une planification hiérarchique de la production (Qiu and Burch, 1997). Les décisions au niveau stratégique concernent l'optimisation de la chaîne logistique telle que la localisation des sites de production, les entrepôts ainsi que la planification globale des ressources. La planification tactique de la production est considérée comme un niveau intermédiaire de décision, elle se concentre essentiellement sur l'allocation des ressources et de la capacité d'une façon agrégée afin d'assurer l'équilibre entre la charge demandée et la capacité disponible. Il s'agit de déterminer, pour un nombre de périodes

<b>Approche</b>	<b>Activité</b>
Modèles conceptuels	Planification du besoin matériel MRP Planification de la chaîne logistique
Modèles analytiques	Planification hiérarchique de la production Planification du besoin matériel MRP Planification de la capacité Planification des ressources manufacturières Gestion des inventaires Planification de la chaîne logistique
Modèles basés sur l'intelligence artificielle	Planification agrégée de la production Planification du besoin matériel MRP Planification des ressources manufacturières Gestion des inventaires Planification de la chaîne logistique
Modèles de simulation	Planification agrégée de la production Planification du besoin matériel MRP Planification de la capacité Planification des ressources manufacturières

TABLE 1.1 – Classification des modèles de planification de production (Mula et al., 2006)

de production, les quantités à produire (lot-sizing), le niveau de stock, les ressources à utiliser, etc. La planification opérationnelle se situe dans un niveau de décision à court terme représentant une concrétisation des décisions au niveau stratégique et tactique. Ces décisions concernent l'ordonnancement des opérations en tenant compte des fluctuations de la demande et de la disponibilité des ressources. La Table 1.2 énumère les décisions relatives aux niveaux stratégique, tactique et opérationnel.



<b>Niveau de planification</b>	<b>Decisions</b>
Planification stratégique	Localisation des entrepôts et des unités de production Localisation des nouvelles installations Capacité de production des installations Capacité de production des installations Technologies et structure des installations Planification globale des ressources Choix de la stratégie de transport Choix de la stratégie de pilotage
Planification tactique	Allocation de la capacité des installations Planification par famille de produits Planification agrégée des besoins en ressources et en capacité Planification des relations inter-installations
Planification opérationnelle	Planification de la production journalière de la production Gestion des inventaires à court terme Émission des ordres de production par unité Planification journalière des opérations Planification de la tournée des véhicules Support logistique des opérations quotidiennes

TABLE 1.2 – Les décisions relatives à la planification stratégique, tactique et opérationnelle (Miller, 2002)

Les travaux de cette thèse se situent au niveau tactique et concernent essentiellement le problème de lot-sizing connu aussi sous le nom du problème de taille de lot capacitaire. En effet, Karimi et al. (2003) affirment que les décisions à prendre dans ce genre de problème doivent déterminer les périodes et les quantités à produire, pour chaque produit, afin de minimiser les coûts d'installation, de production et d'inventaire. Selon les mêmes

auteurs, les problèmes de taille de lot capacitaire sont caractérisés par leur horizon de planification, le nombre de niveaux, le nombre de produits, les contraintes de ressources et de capacité, la demande et la structure des coûts d'installation et des inventaires. Plusieurs classifications des problèmes de taille de lot capacitaire ont été présentées dans la littérature. Karimi et al. (2003) et Quadt and Kuhn (2008) proposent une revue complète des travaux relatifs à la problématique de taille de lot capacitaire. Ces derniers, résument les nouvelles extensions à ce problème tels que la considération des pénuries, les nouveaux modèles de coût d'installation, les systèmes séquentiels et les machines parallèles.

### **1.3.4 Planification intégrée de la maintenance préventive et de la production**

Plusieurs travaux traitant la planification intégrée de la maintenance et de la production ont été développés pendant ces dernières années. Rahim and Ben-Daya (2001) présentent une revue de littérature sur la relation entre la maintenance, la production et la qualité. Au niveau de la maintenance et de la production, les auteurs classent ces problèmes en deux grandes catégories : les problèmes qui considèrent les contraintes de maintenance dans la planification de la production et les problèmes de planification de la maintenance dans le cadre d'un système de production.

Dans la première catégorie, Groenevelt et al. (1992) et Chung (1997) ont étudié l'effet des arrêts de production pour des actions de maintenance corrective sur les décisions de taille de lot. Chelbi and Ait-Kadi (2004) présentent une stratégie conjointe de production avec stock et de maintenance préventive dans un système, sujet à des pannes et des durées d'interventions aléatoires. Un modèle pour générer le plan optimal de la maintenance préventive pour un système de production, à un seul produit et avec stock, est présenté par Das and Sarkar (1999). Le modèle vise à améliorer le niveau de service de la production, le niveau de stock et les coûts de production. Goel et al. (2003) introduisent les décisions relatives à la conception du système de production dans un modèle de planification intégré de la maintenance préventive et de la production. Il s'agit des décisions relatives au problème d'allocation pour optimiser la fiabilité du système. Un modèle déterminant la taille de lot économique pour un système de production dégradable avec stock est présenté par Lee and Srinivasan (2001). Le système considère que le taux de production et la demande sont constants. Ben Ali et al. (2011) présentent un modèle d'ordonnancement de la production sujet à des indisponibilité périodiques pour des actions de maintenance préventive. Les auteurs ont résolu ce modèle en utilisant un algorithme génétique élitiste pour minimiser le makespan et les coûts de production.



Dans la deuxième catégorie, Berk and Moinzadeh (2000) traitent un problème de planification dynamique de la maintenance préventive pour améliorer la performance des systèmes dégradables. Sridhar (1988) propose une planification agrégée de la maintenance préventive en se basant sur le plan de production. Karamatsoukis and Kyriakidis (2009) présentent un modèle décisionnel Markovien pour l'optimisation de la maintenance préventive des systèmes de production dégradables avec stock.

Berrichi et al. (2009) définissent la planification intégrée de la maintenance et de la production comme une approche où les instants de début des actions de maintenance préventive sont déterminés conjointement et simultanément avec les variables de décision de la production. Budai et al. (2006) divisent les modèles intégrés de la maintenance préventive et de la production en quatre catégories : les modèles conceptuels de haut niveau, les modèles économiques manufacturiers, les modèles appliqués aux systèmes de production dégradables avec stock et les modèles d'optimisation de la maintenance et de la production. Cassady and Kutangolu (2005) proposent un modèle conjoint de planification de la maintenance et d'ordonnancement de la production afin de déterminer la séquence optimale des actions de maintenance et des tâches de production minimisant le temps d'exécution. Ce modèle a été résolu en utilisant les algorithmes génétiques par Sortrakul et al. (2005). Yu-Lan et al. (2009) améliorent les résultats de ce modèle en considérant que les actions de maintenance préventive peuvent être réalisées durant des plages horaires plus flexibles au cours de l'horizon de planification. Ashayeri et al. (1995) développent un modèle linéaire mixte pour l'ordonnancement des activités de maintenance et la génération des plans de production dans l'industrie des procédés. Song (2009) propose un modèle stochastique pour la planification de la maintenance préventive et de la production. Le modèle est sujet à plusieurs incertitudes liées à la demande, les temps et les instants de panne et de réparation. Moradi et al. (2011) présentent un modèle minimisant simultanément le makespan et l'indisponibilité du système en déterminant la séquence optimale des tâches de production et les instants des actions de maintenance préventive. Coudert et al. (2002) utilisent les systèmes multi-agents et la logique floue pour éviter tout conflit lors de la planification de la maintenance préventive et l'ordonnancement de la production.

Yao et al. (2005) étudient un modèle conjoint de planification de la maintenance et de la production avec des temps d'interventions non négligeables et aléatoires. Ces études établissent la relation entre la fréquence des actions préventives et le niveau d'inventaire de la production. Aghezzaf et al. (2007) présentent un modèle de planification intégré de la maintenance et de la production sujet à une maintenance préventive cyclique et une réparation minimale en cas de panne pour des systèmes binaires. Toujours pour ces mêmes systèmes, Aghezzaf et al. (2008a) et Aghezzaf et al. (2008b) suggèrent un algorithme basé sur la décomposition Lagrangienne afin de résoudre un modèle non



linéaire mixte de planification de la maintenance (périodique et non périodique) et de la production. Une extension de ces travaux a été étudiée par Najid et al. (2011) en considérant des intervalles de temps flexibles pour les actions de maintenance préventive et en autorisant la possibilité de différer une partie de la demande si la capacité ne permet pas de produire toute la commande pour une période donnée. Goyal and Kahyaoglu (2001) proposent un modèle conjoint pour la détermination du taille du lot et le plan de maintenance préventive en considérant un système à une machine, des coûts de maintenance linéaires et une demande constante. Chelbi et al. (2008) présentent un modèle de planification déterminant la taille du lot de production et le plan de maintenance préventive en tenant compte des problèmes de non-conformité éventuelle des produits. Chung et al. (2009) suggèrent un modèle utilisant la fonction d'acceptation de la fiabilité pour optimiser le makespan de production dans un contexte multi-usines. Berrichi et al. (2010) présentent un modèle mathématique pour minimiser le makespan et l'indisponibilité des systèmes parallèles. Jin et al. (2009) proposent une nouvelle méthodologie basée sur les notions de "stock option" utilisée en finance pour générer des plans de maintenance et de production permettant de maximiser le profit. Hajej et al. (2011) présentent un modèle stochastique de planification de la maintenance et de la production pour un système composé d'une seule machine avec la possibilité de recours à la sous-traitance. Benmansour et al. (2011) utilisent une approche basée sur la simulation pour un problème de planification de la maintenance préventive et de la production dans un contexte de production juste-à-temps.

Dans un environnement hiérarchique, Kenne and Boukas (2003) suggèrent une formulation des perturbations dans un problème de planification de la production et de la maintenance préventive pour des systèmes manufacturiers flexibles. Dehayem-Nodem et al. (2009) développent un modèle permettant, au premier niveau, de déterminer une politique de remplacement et de réparation, et générer le taux de production relatif au système au deuxième niveau. Le système est soumis à des pannes aléatoires et la stratégie de maintenance suggère une politique de maintenance imparfaite. Weinstein and Chung (1999) proposent un modèle de planification intégré de la maintenance préventive et de la production en utilisant le principe de la planification agrégée de la production. Sitompul and Aghezzaf (2011) suggèrent un modèle hiérarchique de planification de la maintenance préventive non périodique et de la production. Dans ce modèle, les actions de maintenance préventive ont été introduites au niveau agrégé alors que les incertitudes et pannes non planifiées (maintenance corrective) ont été considérées au niveau désagrégé.

La plupart des travaux présentés ci-dessus considèrent des systèmes binaires qui possèdent deux niveaux de performance soit le fonctionnement parfait ou la défaillance totale. Les travaux de cette thèse modélisent le système de production comme étant un

système multi-états ayant un nombre fini de performance pouvant aller du fonctionnement parfait à la défaillance complète. Iravani and Duenyas (2002) proposent un système de production multi-états pour un seul produit afin de générer un plan conjoint de maintenance préventive et de production minimisant le coût total. Les auteurs ont utilisé un processus de décision Markovien. Cependant, la complexité du problème limite l'application de ce modèle seulement aux problèmes de petites tailles (3 états). Par conséquent, dans ce travail on présente un modèle intégré de planification de la maintenance préventive et de la production (tactique) pour des systèmes multi-états de différentes tailles et qui peuvent avoir plusieurs configurations possibles. Levitin and Lisnianski (2000b) suggèrent un modèle de remplacement préventif d'un système de production série-parallèle afin de satisfaire la demande client. Ce modèle s'applique seulement aux problèmes de génération de l'énergie hydroélectrique caractérisés par leur aspect continue et non stockable. Ces caractéristiques ne sont pas applicables dans le domaine de production manufacturière. De plus, les modèles présentés dans cette thèse considèrent à la fois les stratégies de maintenance périodiques et non périodiques. Les travaux (Aghezzaf et al., 2007, 2008a,b), appliqués aux systèmes binaires, proposent des modèles linéaires et non linéaires pour ces stratégies. Ils tiennent compte de la baisse de capacité relative aux actions de maintenance sans la calculer explicitement. La méthodologie développée dans ce travail propose des approches mathématiques permettant de calculer les temps et les coûts de maintenance ainsi que la capacité du système multi-états à chaque période de planification de la production.

### 1.3.5 Méthodes d'optimisation

La résolution des problèmes de planification mentionnés ci-dessus nécessite des méthodes d'optimisation afin d'aboutir à une solution réalisable. Cette solution peut être optimale ou, dans certains cas, approximative. Plusieurs méthodes ont été développées en recherche opérationnelle afin de résoudre des problèmes d'optimisation complexes. Floudas and Gounaris (2009) présentent une revue de littérature récente sur l'avancement de la recherche dans la formulation et la résolution des problèmes d'optimisation globale. On peut classer les problèmes d'optimisation en deux grandes catégories selon la qualité et l'optimalité de la solution : les méthodes exactes (optimales) et les méthodes approchées ou incomplètes.



## Les méthodes exactes

Les méthodes exactes permettent de déterminer la solution optimale relative au problème. Cependant, ces méthodes s'appliquent seulement pour des problèmes de taille raisonnable vu que le temps de calcul nécessaire augmente exponentiellement avec la taille du problème. Malgré les technologies disponibles actuellement, le temps de calcul s'avère très long, voir irréalisable, pour les problèmes de grande taille. Par conséquent, ces méthodes deviennent inefficaces pour les problèmes de taille importante. Mendez et al. (2006) divisent les méthodes d'optimisation exacte relatives aux problèmes de planification en deux principales méthodes.

**Programmation Entière Linéaire Mixte (MILP)** C'est une méthode qui développe des programmes mathématiques linéaires sous contraintes et avec des variables de décisions entières et/ou réelles. La résolution des problèmes MILP est basée essentiellement sur la méthode de Branch & Bound et la décomposition de Benders (Mendez et al., 2006). La première approche suggère une énumération des sous problèmes entiers à l'aide de la technique de relaxation. La décomposition de Benders est une technique développée par Benders (1962). C'est une méthode généralement utilisée pour des problèmes à variables binaires, elle consiste en une décomposition fixant certaines variables de décisions dans un sous problème principal (Mendez et al., 2006).

**Programmation Entière Non Linéaire Mixte (MINLP)** Ces problèmes suggèrent des modèles mathématiques non linéaires avec des variables de décision entières et/ou réelles. Plusieurs méthodes de résolutions ont été développées dans la littérature. Ces méthodes sont généralement basées sur les caractéristiques du problème tels que la convexité, la concavité ou la continuité (Floudas and Gounaris, 2009). Kallrath (2005) présente les applications de cette méthode dans la résolution des problèmes de planification principalement dans l'industrie des processus.

Plusieurs travaux utilisent la programmation entière linéaire ou non linéaire dans les problèmes d'optimisation de la fiabilité et/ou de la maintenance. Lee et al. (2003) proposent de nouvelles approches de résolution basées sur la MILP et MINLP pour aborder des problèmes existants d'optimisation de la fiabilité des systèmes série-parallèles. Li et al. (2005a) suggèrent une méthode de résolution exacte en intégrant la convexité et la méthode du Branch & Bound pour résoudre un modèle entier non linéaire pour l'optimisation de la fiabilité des systèmes complexes. Goel et al. (2003) utilisent la MILP pour un problème de conception d'un système de production en tenant compte de la fiabilité du système. Beaudoin et al. (2007) suggèrent un modèle linéaire

pour la planification tactique dans l'industrie des produits forestiers. Le modèle présenté utilise la MILP avec la simulation pour générer le plan de production.

## Les méthodes approchées

Les méthodes approchées représentent une alternative pour traiter les problèmes d'optimisation de grande taille, difficiles ou combinatoires. Ces approches permettent de réduire considérablement le temps de calcul sans nécessairement aboutir à la solution optimale. Les métaheuristiques proposées dans la littérature permettent donc de proposer des solutions rapprochées pour des problèmes impossibles à traiter par les méthodes exactes. Nahas (2008) classe les méthodes rapprochées en plusieurs catégories telles que les méthodes constructives, de recherche locale, évolutionnistes et les méthodes basées sur les réseaux de neurones. Dreio et al. (2005) présentent la plupart de ces méthodes ainsi que leurs applications dans plusieurs études de cas. Dans cette thèse, en se basant sur les particularités des problèmes de planification de la maintenance et de la production, notre intérêt se porte essentiellement aux algorithmes génétiques et à la méthode du recuit simulé.

**Les algorithmes génétiques** L'approche des algorithmes génétiques, qui fait partie des méthodes évolutionnaires, est inspirée du concept de sélection naturelle élaboré par Darwin. L'algorithme génétique repose sur une boucle qui enchaîne des étapes de sélections et des étapes de croisements. Par conséquent, les individus représentent les solutions (complètes, ou partielles) et l'ensemble des individus forme une population. Jusqu'à la satisfaction du critère d'arrêt, cette population évoluera pendant une certaine succession d'itérations appelées générations (Dreio et al., 2005). Les populations sont aussi soumises à des opérateurs de sélection pour passer d'une génération à une autre. A l'aide des opérateurs de variation, la transformation de la population peut favoriser la génération de meilleurs individus. La fonction de performance (fitness), qui dépend de la fonction objectif, est définie pour déterminer la capacité d'adaptation des individus au problème. Plusieurs travaux dans la littérature font appel aux algorithmes génétiques pour les problèmes d'optimisation de la fiabilité et de la planification de la maintenance pour les systèmes multi-états (Levitin and Lisnianski, 2000b,a, 2001b; Levitin, 2002b) ou de la production (Li et al., 2007; Liu et al., 2008).

**L'algorithme du recuit simulé** La méthode du recuit simulé est une méthode, développée par Kirkpatrick et al. (1983), permettant d'éviter les problèmes des minimums locaux souvent rencontrés dans plusieurs métaheuristiques. Cette méthode est analogue à



la procédure utilisée par les métallurgistes pour obtenir un état bien ordonné de métaux à énergie minimale. Elle consiste à augmenter la température du matériau et la rabaisser lentement afin d'éviter les structures metastables. Cette métaheuristique repose sur l'algorithme de Metropolis en introduisant la notion de température fictive  $T$ . En partant d'une configuration donnée, le système subit une série de modifications élémentaires qui sont acceptées si elles diminuent la fonction objectif ou si elles possèdent une probabilité de  $\exp(\Delta E/T)$ . L'algorithme du recuit simulé a été appliqué dans certains problèmes de planification de la production et de la maintenance. Teghem et al. (1995) l'ont utilisé pour la résolution d'un problème linéaire mixte de planification de la production dans une imprimerie. Bouleimen and Lecocq (2003) suggèrent l'utilisation de cette méthode pour un problème de planification de production avec des ressources limitées. Loukil et al. (2007) appliquent l'algorithme du recuit simulé pour un problème d'ordonnancement d'atelier avec contrainte de processus. Tang (2004) développe un algorithme de résolution pour les problèmes de taille de lot capacitaire. Pour les problèmes de planification de la maintenance, Leou (2006) propose un algorithme qui combine les algorithmes génétiques avec la méthode du recuit simulé afin de générer un plan de maintenance optimisant la fiabilité et les coûts d'opérations relatifs au système. Raza and Al-Turki (2007) présentent une étude comparative montrant l'efficacité de la méthode du recuit simulé dans les problèmes d'ordonnancement des activités de maintenance pour minimiser le makespan. Un algorithme de recuit simulé est suggéré par Kim et al. (2006) pour l'optimisation du problème de la fiabilité des systèmes avec redondance. Wu and Chan (2003) développent une méthodologie basée sur l'algorithme du recuit simulé pour le calcul des mesures de fiabilité des systèmes multi-états.

## 1.4 Méthodologie et contributions

Afin de répondre aux objectifs de cette thèse, une méthodologie composée de trois étapes essentielles a été développée. La première étape consiste à analyser les différentes méthodes existantes dans la littérature pour la modélisation des problèmes de planification intégrée de la maintenance préventive et de la production. La modélisation par la programmation mathématique permet d'aborder les problèmes de minimisation des coûts de maintenance et de production sous contraintes de demande et de capacité. La deuxième étape permet de développer une méthodologie pour évaluer les paramètres relatifs au modèle proposé. Finalement, la troisième étape proposera des méthodes de résolution afin d'obtenir les solutions optimales ou approximatives permettant de générer les plans conjoints de maintenance et de production. Comme le montre la figure 1.1, la méthodologie proposée précédemment est appliquée pour des problèmes de planification à une ou à plusieurs composantes (système multi-états) d'une part, et des

problèmes périodiques et non périodiques d'autre part. La modélisation mathématique et les méthodes d'optimisation sont un atout majeur pour atteindre les objectifs établis dans chaque contribution. Cette méthodologie sera appliquée comme suit.

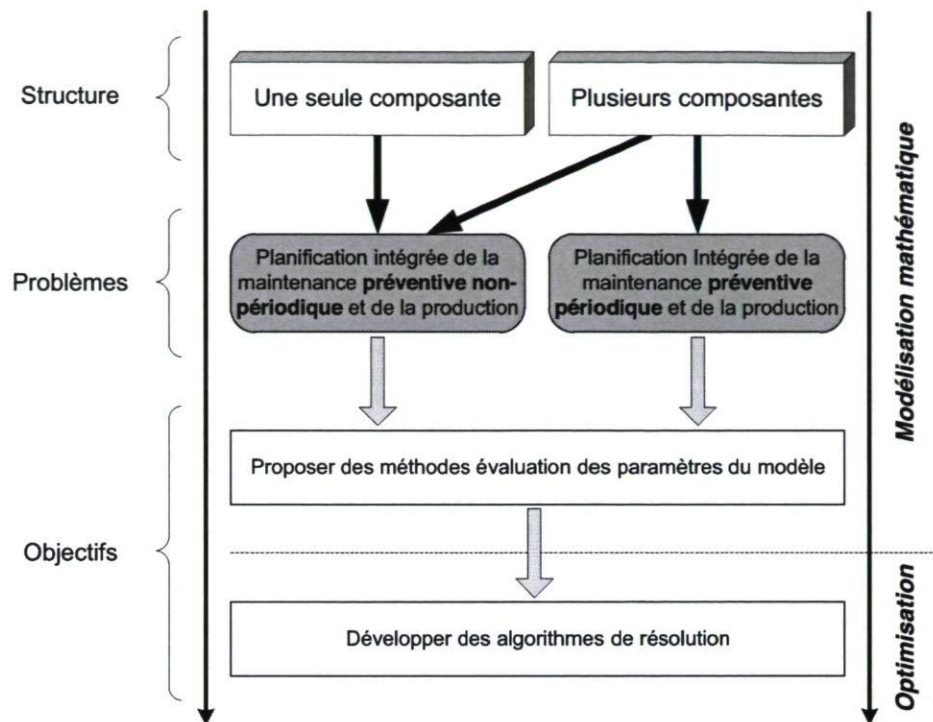


FIGURE 1.1 – Structure, méthodologie et contributions de la thèse

### Problème 1 : Planification intégrée de la maintenance préventive périodique et de la production des systèmes multi-états

**Étape 1** Analyser les méthodes de modélisation mathématique relatives aux problèmes de planification de la maintenance et de la production. La programmation non linéaire mixte sera donc utilisée pour la formulation du modèle mathématique qui permettra de générer le plan de production et les intervalles de maintenance préventive périodique pour chaque composante.

**Étape 2** Proposer des méthodes d'évaluation des temps et des coûts de maintenance ainsi que la capacité du système multi-états.

**Étape 3** Développer une approche de résolution exacte basée sur la recherche exhaustive pour les problèmes de petite taille. Une heuristique utilisant les algorithmes génétiques sera proposée pour les problèmes de grande taille. Les deux méthodes seront programmées sur MATLAB.



**Problème 2 : Planification intégrée de la maintenance préventive non périodique et de la production, cas d'une seule machine**

**Étape 1** Analyser les méthodes de modélisation mathématique relatives aux problèmes de planification de la maintenance et de la production. La programmation non linéaire mixte est utilisée pour la formulation du modèle mathématique qui permettra de déterminer le plan de production et les instants de maintenance préventive qui pourrait avoir lieu au début de chaque période de planification de la production.

**Étape 2** Proposer des méthodes d'évaluation des temps et des coûts de maintenance, ainsi que de la capacité du système en tenant compte des variables de décisions représentant les instants d'interventions.

**Étape 3** Développer une approche de résolution pour la résolution du modèle et l'appuyer par un plan d'expérience à grande échelle. Cette méthode est basée sur une énumération exhaustive des politiques de maintenance préventive codée sur MATLAB.

**Problème 3 : Planification intégrée de la maintenance préventive non périodique et de la production, cas des systèmes multi-états**

**Étape 1** Analyser les méthodes de modélisation mathématique relatives aux problèmes de planification de la maintenance et de la production. La programmation non linéaire mixte est aussi utilisée pour la formulation du modèle mathématique qui permettra de générer le plan de production et les instants de maintenance préventive pour chaque composante. Les interventions préventives pourraient avoir lieu au cours de la période de planification de la production.

**Étape 2** Proposer des méthodes d'évaluation des temps et des coûts de maintenance, ainsi que de la capacité du système multi-états, et ce, en tenant compte de la structure matricielle du problème et des différentes hypothèses au niveau des instants d'intervention préventives.

**Étape 3** Développer une méthode de résolution exacte utilisant la recherche exhaustive pour les problèmes de petite taille, et une heuristique utilisant l'algorithme du recuit simulé pour les problèmes de grande taille. Les algorithmes proposés seront développés sur MATLAB.

## 1.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons introduit la problématique générale et les objectifs de cette thèse. Nous avons ensuite réalisé une revue de littérature des principaux travaux publiés sur les systèmes multi-états, la planification de la maintenance et de la production, et les méthodes d'optimisation. Finalement, nous avons établi la méthodologie qui sera adoptée dans ce travail. Les trois prochains chapitres représenteront les trois contributions de cette thèse dans le domaine de l'optimisation de la planification intégrée de la maintenance préventive et de la production des systèmes multi-états.

## Bibliographie

- Aghezzaf, E., Jamali, M., Ait-Kadi, D., 2007. An integrated production and preventive maintenance planning model. *European Journal of Operational Research* 181 (2), 679–685.
- Aghezzaf, E., Sitompul, C., Najid, N., 2008a. Integrated production and preventive maintenance in production systems subject to random failures. In : *MOSIM'08. 7th International Conference on Modelling and Simulation (MOSIM'08)*, March 31 – 2 April, Paris, France.
- Aghezzaf, E., Sitompul, C., Najid, N., 2008b. Integrated production planning and preventive maintenance in deteriorating production systems. *Information Sciences* 178 (17), 3382–3392.
- Ammi, I., 2007. Résolution du problème de l'ordonnancement conjoint de la production et de la maintenance par colonies de fourmis. Master's thesis, Institut Supérieur d'Informatique, Alger, Algeria.
- Ashayeri, J., Teelen, A., Selen, W., 1995. A production model and maintenance planning model for the process industry. *International Journal of Production Research* 34 (12), 3311–3326.
- Barlow, R., Hunter, L., 1960. Optimum preventive maintenance policies. *Operations Research* 8 (1), 90–100.
- Beaudoin, D., LeBel, L., Frayret, J., 2007. Tactical supply chain planning in the forest products industry through optimization and scenario-based analysis. *Canadian Journal of Forest Research* 37 (1), 128–140.



- Ben Ali, M., Sassi, M., Gossa, M., Harrath, Y., 2011. Simultaneous scheduling of production and maintenance tasks in the job shop. *International Journal of Production Research* 49 (13), 3891–3918.
- Benbouzid, F., Varnier, C., Zerhouni, N., 2006. Résolution du probleme de l'ordonnancement conjoint production / maintenance par les colonies de fourmis. In : *MOSIM'08. 7th International Conference on Modelling and Simulation (MOSIM'08)*, March 31 – 2 April, Paris, France.
- Benders, J. F., 1962. Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems. *Numerische Mathematik* 4 (1), 238–252.
- Benmansour, R., Allaoui, H., Artiba, A., Iassinovski, S., Pellerin, R., 2011. Simulation-based approach to joint production and preventive maintenance scheduling on a failure-prone machine. *Journal of Quality in Maintenance Engineering* 17 (3), 254–267.
- Berk, E., Moinzadeh, K., 2000. Analysis of maintenance policies for m machines with deteriorating performance. *IIE Transactions* 32 (5), 433–444.
- Berrichi, A., Amodeo, L., Yalaoui, F., Châtelet, E., Mezghiche, M., 2009. Bi-objective optimization algorithms for joint production and maintenance scheduling : application to the parallel machine problem. *Journal of Intelligent Manufacturing* 20 (4), 389–400.
- Berrichi, A., Yalaoui, F., Amoedo, L., Mezghiche, M., 2010. Bi-objective ant colony optimization approach to optimize production and maintenance scheduling. *Computer and Operations Research* 37 (9), 1584–1596.
- Boedigheimer, R., Kapur, K., 1994. Costomer-driven reliability models for multistate coherent systems. *IEEE Transactions on Reliability* 43 (1), 46 –50.
- Bouleimen, K., Lecocq, H., 2003. A new efficient simulated annealing algorithm for the resource-constrained project scheduling problem and its multiple mode version. *European Journal of Operational Research* 149 (2), 268–281.
- Branca, C., Martinelli, F., 2003. Hedging point policies for multi-state failure prone manufacturing systems. *Proceeding of the 42th IEEE Conference on Decision and Control*, Hawaii, USA.
- Budai, G., Dekker, R., Nicolai, R., 2006. A review of planning models for maintenance and production. Report, Economic Institute, Erasmus University Rotterdam.
- Cassady, C., Kutangolu, E., 2005. Integrating preventive maintenance planning and production scheduling for a single machine. *IEEE Transactions on Reliability* 54 (2), 304–310.

- Chelbi, A., Ait-Kadi, D., 2004. Analysis of a production/inventory system with randomly failing production unit submitted to regular preventive maintenance. *European Journal of Operational Research* 156 (3), 712–718.
- Chelbi, A., Rezg, N., Radhoui, M., 2008. Simultaneous determination of production lot size and preventive maintenance schedule for unreliable production system. *Journal of Quality in Maintenance Engineering* 14 (2), 161–176.
- Chen, C., Meng, M., Zuo, M., 1999. Selective maintenance optimization for multi-state systems. *Proceeding of the 1999 IEEE Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering*, Edmonton, Canada,.
- Chung, K., 1997. Bounds for production lot sizing with machine breakdowns. *Computers and Industrial Engineering* 32 (1), 139–144.
- Chung, S., Chan, F., Chan, H., 2009. A modified approach for scheduling of perfect maintenance in distributed production scheduling. *Engineering Applications of Artificial Intelligence* 22 (7), 1005–1014.
- Coudert, T., Grabot, B., Archimede, B., 2002. Production/maintenance cooperative scheduling using multi-agents and fuzzy logic. *International Journal of Production Research* 40 (18), 4611–4632.
- Das, T. K., Sarkar, S., 1999. Optimal preventive maintenance in a production inventory system. *IIE Transactions* 31 (6), 537–551.
- Dehayem-Nodem, F., Kenne, J., Gharbi, A., 2009. Hierarchical decision making in production and repair/replacement planning with imperfect repairs under uncertainties. *European Journal of Operational Research* 198 (1), 173–189.
- Dreo, J., Petrowski, A., Siarry, P., Taillard, E., 2005. *Metaheuristiques pour l'optimisation difficile*. Eyrolles.
- Dunn, R., 1987. Advanced maintenance technologies. *Plant Engineering* 40 (12), 80–82.
- Floudas, C., Gounaris, C., 2009. A review of recent advances in global optimization. *Journal of Global Optimization* 45 (1), 3–38.
- Garg, A., Deshmukh, S., 2006. Maintenance management : literature review and directions. *Journal of Quality in Maintenance Engineering* 12 (3), 205–238.
- Goel, H., Grievink, J., Weijnen, M. P. C., 2003. Integrated optimal reliable design, production, and maintenance planning for multipurpose process plants. *Computers and Chemical Engineering* 27 (11), 1543–1555.



- Goyal, S., Kahyaoglu, Y., 2001. Integrating maintenance lot sizing and production planning for a single machine. In : Rahim, M., Ben-Daya, M. (Eds.), *Integrated models in production planning inventory quality and maintenance*. Springer-Verlag, pp. 95–103.
- Griffith, W., 1980. Multi-state reliability models. *Journal of Applied Probability* 17 (3), 735–744.
- Grigorieva, A., Van de Klundertb, J., Spieksmac, F., 2006. Modeling and solving the periodic maintenance problem. *European Journal of Operational Research* 172 (3), 783–797.
- Groenevelt, H., Pintelon, L., Seidmann, A., 1992. Production lot sizing with machine breakdowns. *Management Science* 38 (1), 104–123.
- Gurler, U., Kaya, A., 2002. A maintenance policy for a system with multi-state components : an approximate solution. *Reliability Engineering and System Safety* 79 (2), 117–127.
- Hajej, Z., Dellagi, S., Rezg, N., 2011. An optimal maintenance/production planning for a manufacturing system under random failure rate and a subcontracting constraint. In : *The 2nd International Conference on Industrial Engineering and Operations Management - IEOM 2011*.
- Hausken, K., Levitin, G., 2009. Minmax defense strategy for complex multi-state systems. *Reliability Engineering and System Safety* 94 (2), 577–587.
- Hax, A., Meal, H., 1975. Hierarchical integration of production planning and scheduling. *Studies in the Management Sciences* 1.
- Hennequin, S., Arango, G., Rezg, N., 2009. Optimization of imperfect maintenance based on fuzzy logic for a single-stage single-product production system. *Journal of Quality in Maintenance Engineering* 15 (4), 412–429.
- Huang, L., Hu, J., Vakili, P., 1998. Optimization optimal control of multi-state manufacturing system : control of production rate and temporary increase in capacity. *Proceeding of the 37th IEEE Conference on Decision and Control, Florida, USA*, 412–429.
- Iravani, S., Duenyas, I., 2002. Integrated maintenance and production control of a deteriorating production system. *IIE Transactions* 34 (5), 423–435.
- Jin, X., Li, L., Ni, J., 2009. Option model for joint production and preventive maintenance system. *International Journal of Production Economics* 119 (2), 347–353.

- Kaffel, H., 2001. La maintenance distribuée : concepts évaluation et mise en œuvre. Ph.D. thesis, Laval University, Quebec, Canada.
- Kallrath, J., 2005. Solving planning and design problems in the process industry using mixed integer and global optimization. *Annals of Operations Research* 140 (1), 339–373.
- Karamatsoukis, C., Kyriakidis, E., 2009. Optimal maintenance of a production-inventory system with idle periods. *European Journal of Operational Research* 196 (2), 744–751.
- Karimi, B., Fatemi-Ghomi, S. M. T., Wilson, J. M., 2003. The capacitated lot sizing problem : a review of models and algorithms. *Omega* 31 (5), 365–378.
- Kenne, J., Boukas, E., 2003. Hierarchical control of production and maintenance rates in manufacturing systems hierarchical control of production and maintenance rates in manufacturing systems. *Journal of Quality in Maintenance Engineering* 9 (1), 66–82.
- Kim, H., Bae, C., Park, D., 2006. Reliability-redundancy optimization using simulated annealing algorithms. *Journal of Quality in Maintenance Engineering* 12 (4), 354–363.
- Kim, M., Makis, V., 2009. Optimal maintenance policy for a multi-state deteriorating system with two types of failures under general repair. *Computer and Industrial Engineering* 57 (1), 298–303.
- Kirkpatrick, S., Gelatt, C. D., Vecchi, M. P., 1983. Optimization by simulated annealing. *Science* 220 (4598), 671–680.
- Korczak, E., Levitin, G., Ben Haim, H., 2005. Survivability of series-parallel systems with multilevel protections. *Reliability Engineering and System Safety* 90 (1), 45–54.
- Lee, H., Kuo, W., Ha, C., 2003. Comparison of max-min approach and nn method for reliability optimization of series-parallel system. *Journal of Systems Science and Systems Engineering* 12 (1), 39–48.
- Lee, H., Srinivasan, M., 2001. A production/inventory policy for an unreliable machine. In : Rahim, M., Ben-Daya, M. (Eds.), *Integrated models in production planning inventory quality and maintenance*. Springer-Verlag, pp. 79–94.
- Leou, R., 2006. A new method for unit maintenance scheduling considering reliability and operation expense. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems* 28 (7), 471–481.
- Levitin, G., 2000. Multi-state series-parallel system expansion scheduling subject to availability constraints. *IEEE Transactions on Reliability* 49 (1), 71–79.



- Levitin, G., 2001. Redundancy optimization for multi-state system with fixed resources requirement and unreliable sources. *IEEE Transactions on Reliability* 50 (1), 52–59.
- Levitin, G., 2002a. Allocation of test times in multi-state systems for reliability growth testing. *IEEE Transactions on Reliability* 34 (6), 551–558.
- Levitin, G., 2002b. Optimal series-parallel typology of multi-state system with two failure modes. *Reliability Engineering and System Safety* 77 (1), 93–107.
- Levitin, G., 2002c. Reliability of cyclic multi-state networks with constant transmission characteristics of lines. *Reliability Engineering and System Safety* 78 (3), 297–305.
- Levitin, G., 2007. Block diagram method for analysing multi-state systems with uncovered failures. *Reliability Engineering and System Safety* 92 (6), 727–734.
- Levitin, G., Lisnianski, A., 1998a. Joint redundancy and maintenance optimization for multistate series-parallel systems. *Reliability Engineering and System Safety* 64 (1), 33–42.
- Levitin, G., Lisnianski, A., 1998b. Structure optimization of power system with bridge topology. *Electric Power Systems Research* 45 (3), 201–208.
- Levitin, G., Lisnianski, A., 1999a. Importance and sensitivity analysis of multi-state systems using the universal generating function method. *Reliability Engineering and System Safety* 65 (1), 271–282.
- Levitin, G., Lisnianski, A., 1999b. Optimal multistage modernization of power system subject to reliability and capacity requirements. *Electric Power Systems Research* 50 (3), 183–190.
- Levitin, G., Lisnianski, A., 2000a. Optimal replacement scheduling in multi-state series-parallel systems. *Quality and Reliability Engineering International* 16 (2), 157–162.
- Levitin, G., Lisnianski, A., 2000b. Optimization of imperfect preventive maintenance for multi state systems. *Reliability Engineering and System Safety* 67 (2), 193–203.
- Levitin, G., Lisnianski, A., 2001a. A new approach to solving problems of multi-state system reliability optimization. *Quality and Reliability Engineering International* 47 (2), 93–104.
- Levitin, G., Lisnianski, A., 2001b. Optimal separation of elements in vulnerable multi-state systems. *Reliability Engineering and System Safety* 73 (1), 55–66.
- Levitin, G., Lisnianski, A., 2001c. Structure optimization of multi-state system with two failure modes. *Reliability Engineering and System Safety* 72 (1), 75–89.

- Levitin, G., Lisnianski, A., Ben Haim, H., Elmakis, D., 2000. Genetic algorithm and universal generating function technique for solving problems of power system reliability optimization. In : Conference on Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Technologies.
- Levitin, G., Lisnianski, A., D., E., 1997. Structure optimization of power system with different redundant elements. *Electric Power Systems Research* 43 (1), 19–27.
- Levitin, G., Podofillini, L., Zio, E., 2003. Generalized importance measures for multi-state elements based on performance level restrictions. *Reliability Engineering and System Safety* 82 (3), 287–298.
- Levitin, G., Xing, L., 2010. Reliability and performance of multi-state systems with propagated failures having selective effect. *Reliability Engineering and System Safety* 95 (6), 655–661.
- Li, D., Sun, X., McKinnon, K., 2005a. An exact solution method for reliability optimization in complex systems. *Annals of Operations Research* 133 (1), 129–148.
- Li, J., Wu, Y., Lai, K., Liu, K., 2005b. Reliability estimation and prediction of multi-state components and coherent systems. *Reliability Engineering and System Safety* 88 (1), 93–98.
- Li, Y., Chen, J., Cai, X., 2007. Heuristic genetic algorithm for capacitated production planning problems with batch processing and remanufacturing. *International Journal of Production Economics* 105 (2), 301–317.
- Lisnianski, A., 2007. Extended block diagram method for a multi-state system reliability assessment. *Electric Power Systems Research* 92 (12), 1601–1607.
- Lisnianski, A., Ding, Y., 2009. Redundancy analysis for repairable multi-state system by using a combined stochastic process methods and universal generating function technique. *Reliability Engineering and System Safety* 94 (11), 1788–1795.
- Lisnianski, A., Levitin, G., 2003. Multi- state system reliability. World Scientific.
- Lisnianski, A., Levitin, G., Ben-Haim, H., Elmakis, D., 1996. Power system structure optimization subject to reliability constraints. *Electric Power Systems Research* 39 (2), 145–152.
- Liu, X., Tu, Y. L., Zhang, J., Watson, L. G., 2008. A genetic algorithm heuristic approach to general outsourcing capacitated production planning problems. *International Journal of Production Research* 46 (18), 5059–5074.
- Lofsten, H., 2000. Measuring maintenance performance - in research for a maintenance productivity index. *International Journal of Production Economics* 63 (1), 47–58.



- Loukil, T., Teghem, J., Fortemps, T., 2007. A multi-objective production scheduling case study solved by simulated annealing. *European Journal of Operational Research* 179 (3), 709–722.
- Love, C., Guo, R., 1996. Utilizing weibull failure rates in repair limit analysis for equipment replacement/preventive maintenance decisions. *Journal of the Operation Research Society* 47 (11), 1366–1376.
- Machani, M., 2009. Heuristiques efficaces pour la planification intégrée de la maintenance préventive et de la production d'un système multi-états. Master's thesis, Laval University, Quebec, Canada.
- Martorell, S., Sanchez, A., Serdarell, V., 1999. Age-dependant reliability model considering effects of maintenance and working conditions. *Reliability Eng and System Safety* 64 (1), 19–31.
- Mendez, C., Cerda, J., Grossmann, I., Harjunkoski, L., Fahl, M., 2006. State-of-the-art review of optimization methods for short-term scheduling of batch processes. *Computers and Chemical Engineering* 30 (7), 913–946.
- Miller, T., 2002. *Hierarchical Operations and Supply Chain Planning*. Springer-Verlag.
- Moradi, E., Fatemi Ghomi, S. M. T., Zandieh, M., 2011. Bi-objective optimization research on integrated fixed time interval preventive maintenance and production for scheduling flexible job-shop problem. *Expert Systems with Applications* 38 (6), 7169–7178.
- Mula, J., Poler, R., Garcia-Sabater, J., Lario, F., 2006. Models for production planning under uncertainty : A review. *International Journal of Production Economics* 103 (1), 271–285.
- Nahas, N., 2008. Optimisation de la performance de systèmes multi-composants assujettis à des défaillances aléatoires. Ph.D. thesis, Laval University, Quebec, Canada.
- Nahas, N., Kateb, A., Ait-Kadi, D., Nourelfath, M., 2008. Extended great deluge algorithm for the imperfect preventive maintenance optimization of multi-state systems. *Reliability Eng and System Safety* 93 (11), 1658–1672.
- Najid, N., Alaoui-Selsouli, M., Mohafid, A., 2011. An integrated production and maintenance planning model with time windows and shortage cost. *International Journal of Production Research* 49 (8), 2265–2283.
- Nakagawa, T., 1981. Modified periodic replacement with minimal repair at failure. *IEEE Transactions on Reliability* 30 (2), 165–168.

- Nicolai, P., Dekker, R., 2008. Complex system maintenance handbook. Springer Series in Reliability Engineering Springer.
- Nourelfath, M., Ait-Kadi, D., 2007. Optimization of series parallel multi-state systems under maintenance policies. *Reliability Engineering and System Safety* 92 (12), 1620–1626.
- Nourelfath, M., Dutuit, Y., 2004. A combined approach to solve the redundancy optimization problem for multi-state systems under repair policies. *Reliability engineering and systems safety* 86 (3), 205–213.
- Ouzineb, M., Nourelfath, M., Gendreau, M., 2008. Tabu search for the redundancy allocation problem of homogenous series-parallel multi-state systems. *Reliability Engineering and System Safety* 93 (8), 1257–1272.
- Ouzineb, M., Nourelfath, M., Gendreau, M., 2011. A heuristic method for non-homogeneous redundancy optimization of series-parallel multi-state systems. *Journal of Heuristics* 17 (1), 1–22.
- Pham, H., Wang, H., 1996. Imperfect maintenance. *European Journal of Operational Research* 94 (3), 425–438.
- Pongpech, J., Murthy, D., 2006. Optimal periodic preventive maintenance policy for leased equipment. *Reliability Engineering and System Safety* 91 (6), 772–777.
- Qiu, M. M., Burch, E. E., 1997. Hierarchical production planning and scheduling in a multi-product, multi-machine environment. *International Journal of Production Research* 35 (11), 3023–3042.
- Quadt, D., Kuhn, H., 2008. Capacitated lot-sizing with extensions : a review. *A Quarterly Journal of Operations Research* 6 (1), 61–83.
- Rahim, M., Ben-Daya, M., 2001. Integrated models in production planning inventory quality and maintenance. Springer-Verlag.
- Ramirez-Marquez, J., Coit, D., 2004. A heuristic for solving the redundancy allocation problem for multi-state series-parallel systems. *Reliability Engineering and System Safety* 83 (3), 341–349.
- Ramirez-Marquez, J., Coit, D., 2005. Composite importance measures for multi-state systems with multi-state components. *IEEE Transaction on Reliability* 5 (3), 517–529.
- Ramirez-Marquez, J., Coit, D., 2007. Multi-state component criticality analysis for reliability improvement in multi-state systems. *Reliability Engineering and System Safety* 92 (12), 1608–1619.



- Ramirez-Marquez, J., Rocco, C., Gebre, B., Coit, D., Tortorella, M., 2006. New insights on multi-state component criticality and importance. *Reliability Engineering and System Safety* 91 (8), 894–904.
- Raza, A., Al-Turki, U., 2007. A comparative study of heuristic algorithms to solve maintenance scheduling problem. *Journal of Quality in Maintenance Engineering* 13 (4), 398–410.
- Scarf, P., Deara, M., 2003. Block replacement policies for a two-component system with failure dependence. *Naval Research Logistics* 50 (1), 70–87.
- Sheu, S., Kuo, C., Nakagawa, T., 1993. Extended optimal age replacement policy with minimal repair. *Recherche Operationnelle* 27 (3), 337–351.
- Sitompul, C., Aghezzaf, E., 2011. An integrated hierarchical production and maintenance-planning model. *Journal of Quality in Maintenance Engineering* 17 (3).
- Song, D., 2009. Production and preventive maintenance control in a stochastic manufacturing system. *International Journal of Production Economics* 119 (1), 101–111.
- Soro, I., Nourelfath, M., Ait-Kadi, D., 2010. Performance evaluation of multi-state degraded systems with minimal repairs and imperfect preventive maintenance. *Reliability Engineering and System Safety* 95 (2), 65–69.
- Sortrakul, N., Nachtmann, C., Cassady, C., 2005. Genetic algorithms for integrated preventive maintenance planning and production scheduling for a single machine. *Computers in Industry* 56 (2), 161–168.
- Sridhar, S., 1988. Determination of aggregate preventive maintenance programs using production schedules. *Computers and Industrial Engineering* 14 (2), 193–200.
- Su, C., Chang, C., 2000. Minimization of the life cycle cost for a multi-state system under periodic maintenance. *International Journal of System Science* 31 (2), 217–227.
- Tan, M., Raghavan, N., 2008. A framework to practical predictive maintenance modeling for multi-state systems. *International Journal of System Science* 93 (8), 1138–1150.
- Tang, O., 2004. Simulated annealing in lot sizing problems. *International Journal of Production Economics* 88 (2), 173–181.
- Teghem, J., Pirlot, M., Antoniadis, M., 1995. Embedding of linear programming in a simulated annealing algorithm for solving a mixed integer production planning problem. *Journal of Computational and Applied Mathematics* 64 (1-2), 91–102.

- Tian, Z., Levitin, G., Zuo, M., 2009. A joint reliability-redundancy optimization approach for multi-state series-parallel systems. *Reliability Engineering and System Safety* 94 (10), 1568–1576.
- Ushakov, I., 1986. A universal generating function. *Soviet Journal of Computer and System Sciences* 24 (5), 37–49.
- Ushakov, I., Levitin, G., Lisnianski, A., 2002. Multi-state system reliability : From theory to practice. in *Proceedings of 3rd International Conference on Mathematical Methods in Reliability*, Trondheim, Norway 94, 635–638.
- Wang, H., 2002. A survey of maintenance policies of deteriorating systems. *European Journal of Operational Research* 139 (3), 469–489.
- Wang, H., Pham, H., 1999. Some maintenance models and availability with imperfect maintenance in production systems. *Annals of Operations Research* 91 (1), 305–318.
- Weinstein, L., Chung, C., 1999. Integrating maintenance and production decisions in a hierarchical production planning environment. *Computers and Operations Research* 26 (10-11), 1059–1074.
- William-J, S., Benedetti, C., 2001. *La gestion des opérations : produits et services*. Chenelière/McGraw-Hill.
- Wu, S., Chan, L., 2003. Performance utility-analysis of multi-state systems. *IEEE Transactions on Reliability* 52 (1), 14–21.
- Xue, J., Yang, K., 1995. Dynamic reliability analysis of coherent multi-state systems. *IEEE Transactions on Reliability* 44 (4), 683–688.
- Yao, X., Fernandez, E., Fu, M., Marcus, S., 2004. Optimal preventive maintenance scheduling in semiconductor manufacturing. *IEEE Transactions on Semiconductor Manufacturing* 17 (3), 245–356.
- Yao, X., Yao, X., Xie, X., Fu, M. C., Marcus, S. I., 2005. Optimal joint preventive maintenance and production policies. *Naval Research Logistics* 52 (7), 668–681.
- Yeh, R., 1996. Optimal inspection and replacement policies for multi-state deteriorating systems. *European Journal of Operational Research* 96 (2), 248–259.
- Yeh, W., 2006. The k out of n acyclic multi-state node networks reliability evaluation using the universal generating function. *Reliability Engineering and System Safety* 91 (7), 800–808.



- Youssef, A., Elmaraghy, H., 2008. Performance analysis of manufacturing systems composed of modular machines using universal generating function. *Journal of Manufacturing Systems* 27 (2), 55–69.
- Youssef, A., Mohib, A., Elmaraghy, H., 2006. Availability assessment of multi-state manufacturing systems using universal generating function. *Annals of the International Academy for Production Engineering* 55 (1), 445–448.
- Yu-Lan, J., Zu-Hua, J., Wen-Rui, H., 2009. Integrating flexible-interval preventive maintenance planning with production scheduling. *International Journal of Computer Integrated Manufacturing* 22 (12), 1089–1101.
- Zaitseva, E., 2003. Dynamic reliability indices for multi-state system. *Proceedings of the 33th International Symposium on Multiple-Valued Logic*.
- Zaitseva, E., Levashenko, V., 2002. Design of dynamic reliability indices. *Proceedings of the 32th International Symposium on Multiple-Valued Logic*.
- Zaitseva, E., Levashenko, V., 2007. Investigation multi-state system reliability by structure function. *2nd International Conference on Dependability of Computer Systems*.
- Zaitseva, E., Levashenko, V., Matiasko, K., Puuronen, S., 2005. Dynamic reliability indices for k-out-of-n multi-state systems. *Proceedings of the 35th International Symposium on Multiple-Valued Logic*.
- Zio, E., Marella, M., Podofilini, L., 2007. Importance measures-based prioritization for improving the performance of multi-state systems : application to the railway industry. *Reliability Engineering and System Safety* 92 (10), 1303–1314.

## Chapitre 2

# An integrated model for production and preventive maintenance planning in multi-state systems

L'article intitulé "*An integrated model for production and preventive maintenance planning in multi-state systems*" est inséré dans ce chapitre. Il a été publié dans le journal "*IEEE Transaction on Reliability*" en 2010, Volume 59, Issue 3, Pages 496 - 506. La version présentée dans ce chapitre est identique à la version publiée.



## Résumé

Cet article suggère une intégration de la planification tactique de la production et la maintenance préventive des systèmes multi-états. Le modèle proposé coordonne entre les activités de la production et de la maintenance afin de réduire le coût total. Dans cette problématique, on considère un système multi-états qui doit satisfaire une demande de produits dans un horizon fini de planification. Des actions de maintenance préventive planifiées ou de maintenance corrective non planifiées peuvent être réalisées sur toutes les composantes du système multi-états. Cette planification a pour but de minimiser les coûts de maintenance préventive et corrective ainsi que les coûts relatifs à la production. Une méthodologie est proposée afin d'évaluer les coûts et les temps de la maintenance préventive, la maintenance corrective et la capacité moyenne du système multi-états pendant chaque période de planification de la production. La résolution de ce modèle est réalisée à travers une méthode de recherche exhaustive et des algorithmes génétiques.

## Abstract

This paper integrates preventive maintenance with tactical production planning in multi-state systems. The proposed model coordinates the production with the maintenance decisions, so that the total expected cost is minimized. We are given a set of products that must be produced in lots on a multi-state production system during a specified finite planning horizon. Planned preventive maintenance, and unplanned corrective maintenance can be performed on each component of the multi-state system. The maintenance policy suggests cyclical preventive replacements of components, and a minimal repair on failed components. The objective is to determine an integrated lot-sizing and preventive maintenance strategy of the system that will minimize the sum of preventive and corrective maintenance costs, setup costs, holding costs, backorder costs, and production costs, while satisfying the demand for all products over the entire horizon. We model the production system as a multi-state system with binary-states, and s-independent components. A method is proposed to evaluate the times and the costs of preventive maintenance and minimal repair, and the average production system capacity in each period. We show how the formulated problem can be solved by comparing the results of several multi-product capacitated lot-sizing problems. For large-size problems, a genetic algorithm is developed to deal with the preventive maintenance selection task in the integrated planning model.

## Acronyms

GA	genetic algorithm
MIP	mixed-integer program
MR	minimal repair
MSS	multi-state system
PM	preventive maintenance
PR	preventive replacement
UGF	universal generating function

## Notation

$H$	planning horizon
$T$	number of periods
$t$	period index ( $t = 1, 2, \dots, T$ )
$L$	length of period $t$ (all periods have the same length)
$G_{MSS}^t$	average production capacity of the MSS during a period $t$
$n$	number of components
$j$	component index ( $j = 1, 2, \dots, n$ )
$g_j$	nominal capacity of component $j$
$A_j^t$	steady-state availability of component $j$ during a period $t$
$f_j(y)$	probability density function of component $j$
$r_j(y)$	failure rate of component $j$
$M_j[t_1, t_2[$	expected number of failures for component $j$ during a given time interval $[t_1, t_2[$
$CPR_j$	preventive replacement cost of component $j$
$CMR_j$	minimal repair cost of component $j$
$TPR_j$	preventive replacement time of component $j$
$TMR_j$	minimal repair time of component $j$
$TM_0$	pre-specified limitation on the total maintenance time
$CM$	expected maintenance cost during the planning horizon
$TM$	expected maintenance time
$P$	set of products
$p$	product index ( $p \in P$ )
$d_{pt}$	demand of product $p$ by the end of period $t$
$h_{pt}$	inventory holding cost per unit of product $p$ by the end of period $t$
$b_{pt}$	backorder cost per unit of product $p$ by the end of period $t$



$s_{pt}$	fixed set-up cost of producing product $p$ in period $t$
$\pi_{pt}$	variable cost of producing one unit of product $p$ in period $t$
$\lfloor \cdot \rfloor$	greatest integer lower bound
$\nu_j$	number of preventive replacements of component $j$
$\beta_j$	number of remaining periods from the last preventive replacement until the end of the planning horizon
$\rho_j^t$	0-1 variable indicating a preventive maintenance occurrence
$N_S$	genetic population size
$N_B$	best solutions constituting the mating pool
$K$	number of parents which undergo the crossover
$d$	number of vectors of offsprings
$g$	number of genes modified in vectors of offsprings
$N_G$	number of generations proceeding without improvement

## Decision variables

$x_{pt}$	quantity of product $p$ to be produced in period $t$
$I_{pt}$	inventory level of product $p$ at the end of period $t$
$B_{pt}$	backorder level of product $p$ at the end of period $t$
$y_{pt}$	binary variable, which is equal to 1 if the setup of product $p$ occurs at the end of period $t$ , and 0 otherwise
$\alpha$	vector representing system preventive replacement policy, $\alpha = \{\alpha_j\}$ with $\alpha_j = 1, 2, \dots, T - 1$ .

## 2.1 Introduction

Production planning, and preventive maintenance (PM) planning are mutually in conflict. On the one hand, because the time taken by PM activities could be used for production, production managers usually perceive PM in the context of hours or days out of service, and fail to realize its importance (Weinstein and Chung, 1999). On the other hand, delaying PM for production may increase the probability of failures, and maintenance managers try to reach high equipment availability. These activities are typically performed sequentially. As a result, production and maintenance plans are often not optimal with respect to the objective of minimizing the combined maintenance and production cost. This combination may reduce the total expected cost. The objective of this paper is to develop an integrated production and PM planning model for multi-state systems (MSS). For production planning, we determine the quantities of items (lot sizes) to be produced. The setting of lot sizes is usually considered as a decision related to tactical planning. In aggregate planning, the lot sizing models are extended by including labor resource decisions. Tactical planning bridges the transition from the strategic planning level (long-term) to the operational planning level (short-term). In several modern production systems, components are usually reliable, and PM decisions should be integrated at the tactical level. For maintenance, we use multi-state reliability modelling that considers that a system may experience a range of performance levels from perfect functioning to complete failure. In other words, MSS are able to perform their tasks with partial performance. The reliability of MSS is a recently emerging field at the junction of traditional binary reliability and performance analysis. A good, extensive review of MSS literature can be found, for example, in (Lisnianski and Levitin, 2003; Levitin, 2005).

There is a substantial amount of research dealing with tactical production planning. For example, in (Shapiro, 1993; Sipper and Bulfin, 1997) the authors cover the majority of the advancement in the area. Generally, production planning models tend to be deterministic optimization models designed to minimize inventory, production, and set-up costs in the planning horizon, regarding fulfilment of products demand, and machines capacities. Solution methodologies for corresponding multi-product capacitated lot-sizing problems vary from traditional linear mixed integer programming, and associated branch and bound exact methods to heuristic methods; see for example (Wolsey, 2002) for a recent survey. There exist also a lot of papers dealing with PM planning. For example, the authors of (Cho and Parlar, 1991; Dekker, 1996) have reviewed the literature in this area. Generally, the objective of PM planning models is either to maximize the availability, or to minimize the maintenance cost. These models can be solved by coupling optimization methods with analytical tools or simulation.



At the tactical level, there are only a few papers discussing the issue of combining preventive maintenance and production planning. In (Weinstein and Chung, 1999), the authors investigate the integration of maintenance and production decisions in a hierarchical production planning environment. In Aghezzaf et al. (2007), the authors present a production and maintenance planning model for a production system modelled as a single component, subject to cyclical PM with minimal repair at failure. An approximate algorithm based on Lagrangian decomposition is suggested in (Aghezzaf et al., 2008) to solve this problem for both cyclical, and non cyclical PM policies. In (Cassady and Kutangolu, 2005), the authors investigate the value of integrating PM planning and production scheduling for a single machine.

While all the above-mentioned papers consider that the production system may experience only two performance levels (perfect functioning or complete failure), the present paper develops a new integrated production and PM planning model for a multi-state system in Section II. A method is proposed in Section III to evaluate the times and the costs of preventive maintenance and minimal repair, and the average production system capacity in each period. A solution method using genetic algorithms is developed in Section IV. Conclusions are in Section V.

## 2.2 The mathematical model

### 2.2.1 The multi-state production system

There are two typical situations where a system should be considered as a MSS (Lisnianski and Levitin, 2003; Levitin, 2005). The first situation corresponds to the presence of degradation caused by system deterioration, or by variable ambient conditions. Fatigue, and number of random shocks on the system are examples of system degradation causes. The reliability analysis of such degraded systems should consider multiple operational states to take into account multiple degradation levels. The second situation arises when systems are composed of different components that have a cumulative effect on the performance. For example, in a parallel structure, the total performance is the sum of performances of all the components. The situation dealt within this paper corresponds to the second case.

We consider a production system containing a set of machines (called components) arranged according to a given configuration. We use a generic MSS model that may represent any configuration, *e.g.* series, parallel, series-parallel (Lisnianski et al., 1996;

Levitin et al., 1998; Ramirez-Marquez and Coit, 2004; Agarwal and Gupta., 2007; Ouzineb et al., 2008), networks, etc. We assume that the states of the components are binary (*i.e.*, either good or failed). Each component is characterized by its own nominal performance. Failures of some components lead only to the degradation of the entire system performance. Therefore, the system is multi-state; it can perform its task with various distinguished levels of performance rates, ranging from perfect functioning up to complete failure. The performance measure used for this MSS is the capacity, which is represented by the production rate (*i.e.*, number of produced items per time unit).

We assume that the components are independent economically, stochastically, and structurally. Economic independence implies that the cost of joint maintenance of a group of components is equal to the total cost of individual maintenance of these components. Stochastic independence means that the condition of components does not influence the lifetime distribution of other components. Structural independence applies if each component structurally forms an entity that is not further subdivided for a reliability study.

The MSS produces a set of products  $P$  during a given planning horizon  $H$  including  $T$  periods. All periods have the same fixed length  $L$ . For each product  $p \in P$ , a demand  $d_{pt}$  is to be satisfied at the end of period  $t$  ( $t = 1, 2, \dots, T$ ).

### 2.2.2 The preventive maintenance policy

Planned preventive maintenance and unplanned corrective maintenance can be performed on each component of the MSS. The number of components is denoted by  $n$ . The maintenance policy suggests cyclic preventive replacements (PR) of components, *i.e.*, periodic perfect preventive maintenance. This means that PM is assumed to restore periodically a component to "as good as new" condition, so that the age of the component becomes zero. The replacement interval of a component  $j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) is  $\alpha_j L$ , with  $\alpha_j = 1, 2, \dots, T - 1$ . That is, component  $j$  can be replaced at times  $\alpha_j L, 2\alpha_j L$ , etc. The cyclic PR actions coincide with the planning periods, and a PR replacement can be cyclically performed at the beginning of any planning period, except for the first period (where the component is considered as new), and at the end of the last period. The PR decision variables are defined by the vector  $\alpha = \{\alpha_j\}$ . Furthermore, a minimal repair (MR) is carried out whenever an unplanned component failure occurs. This means that the component is restored to an operating condition, without altering component age. The average production capacity of the MSS during a period  $t$  depends on  $\alpha$ , and it is denoted by  $G_{MSS}^t(\alpha)$ . Each two-state component is characterized by its own nominal production rate  $g_j$ , and expected preventive and corrective maintenance times and costs.



The expected maintenance cost during the planning horizon is the sum of preventive and corrective maintenance costs. It depends on  $\alpha$ , and it is denoted by  $CM(\alpha)$ . Similarly, the expected maintenance time is denoted by  $TM(\alpha)$ .

### 2.2.3 The integrated model

The problem under study consists in developing an integrated production and preventive maintenance planning model for such a multi-state system. The production planning part corresponds to a multi-product capacitated lot-sizing problem. At this level, the decisions involve determination of quantities of items (lot sizes) to be produced in each period. Lot-sizing is one of the most important problems in production planning. Almost all manufacturing situations involving a product-line contain capacitated lot-sizing problems, especially in the context of batch production systems. The setting of lot sizes is usually considered as a decision related to tactical planning, which is a medium-term activity. In aggregate planning, the lot sizing models are extended by including labor resource decisions (Shapiro, 1993 ; Sipper and Bulfin, 1997 ; Wolsey, 2002). Tactical planning bridges the transition from the strategic planning level (long-term) to the operational planning level (short-term). Clearly, the time horizons may vary for each planning level depending on the industry. Typical values are one week (or less) for operational planning ; one month (or more) for tactical planning ; and one year (or more) for strategic planning. In several modern production systems, the components are usually reliable, and PM decisions should be integrated at the tactical level.

In the integrated problem, the objective function is a non linear equation minimizing the sum of maintenance and production costs, while satisfying the demand for all products over the entire horizon. The constraints are related to the dynamics of the inventory, the backorder, the capacity, the setup, and the available total maintenance time. The integrated model is mathematically formulated as

Minimize :

$$CT = \sum_{p \in P} \sum_{t=1}^T \left( h_{pt} I_{pt} + b_{pt} B_{pt} + \pi_{pt} x_{pt} + Set_{pt} y_{pt} \right) + CM(\alpha). \quad (2.1)$$

Subject to

$$x_{pt} - I_{pt} + I_{p(t-1)} + B_{pt} - B_{p(t-1)} = d_{pt}, \quad p \in P \text{ and } t = 1, \dots, T, \quad (2.2)$$

$$x_{pt} \leq \left( \sum_{q \geq t} d_{pq} \right) y_{pt}, \quad p \in P \text{ and } t = 1, \dots, T, \quad (2.3)$$

$$\frac{\sum_{p \in P} x_{pt}}{L} \leq G_{MSS}^t(\boldsymbol{\alpha}), \quad t = 1, \dots, T, \quad (2.4)$$

$$TM(\boldsymbol{\alpha}) \leq TM_0, \quad (2.5)$$

$$x_{pt}, I_{pt}, B_{pt} \in \mathbb{N}; \quad y_{pt} \in \{0, 1\}, \quad (2.6)$$

$$\boldsymbol{\alpha} = \{\alpha_j\}, \quad \alpha_j = 1, 2, \dots, T - 1. \quad (2.7)$$

The objective function (2.1) consists of :

- a total holding cost of the inventory  $\sum_{p \in P} \sum_{t=1}^T h_{pt} I_{pt}$ ,
- a backorder cost (backlogs are allowed)  $\sum_{p \in P} \sum_{t=1}^T b_{pt} B_{pt}$ ,
- a total production cost  $\sum_{p \in P} \sum_{t=1}^T \pi_{pt} x_{pt}$ ,
- a total setup cost  $\sum_{p \in P} \sum_{t=1}^T s_{pt} y_{pt}$ , and
- a total maintenance cost  $CM(\boldsymbol{\alpha})$ .

The first constraint (2.2) relates inventory or backorder at the start and end of period  $t$  to the production and demand in that period. There is no optimal solution where  $I_{pt} > 0$  and  $B_{pt} > 0$  simultaneously because the objective function can be improved by decreasing both  $I_{pt}$  and  $B_{pt}$  until one becomes zero. Equation (2.2) ensures simply that the sum of the inventory (or backorder) of product  $p$  at the end of period  $t$  is equal to



its inventory (or backorder) in the previous period, plus the total production of that product in that period, minus the product demand for that period.

The second constraint (2.3) forces  $x_{pt} = 0$  if  $y_{pt} = 0$ , and frees  $x_{pt} \geq 0$  if  $y_{pt} = 1$ . In (2.3), the quantity  $\left(\sum_{q \geq t} d_{pq}\right)$  is an upper bound of  $x_{pt}$ .

Equation (2.4) corresponds to the available production capacity constraint. Equation (2.5) specifies the available total maintenance time constraint when available.

This integrated model takes explicitly into account the reliability parameters of the MSS, and its capacity at the early stage of the planning process. It allows us to determine jointly the optimal values of production plan, and the length of the maintenance cycle. To solve this model, the values of  $CM(\alpha)$ ,  $TM(\alpha)$ , and  $G_{MSS}^t(\alpha)$  are evaluated using the method presented in the next section.

## 2.3 Evaluation of $CM(\alpha)$ , $TM(\alpha)$ , and $G_{MSS}^t(\alpha)$

### 2.3.1 Evaluation of $CM(\alpha)$ and $TM(\alpha)$

To evaluate the expected maintenance cost,  $CM(\alpha)$ , and time  $TM(\alpha)$ , we need to estimate for each component  $j$ , during the planning horizon  $H$ , the number of failures denoted by  $N_j$ , and the number of cyclic preventive replacements denoted by  $\nu_j$ .

If we denote by  $\lfloor x \rfloor$  the greatest integer lower bound of  $x$ , the variable  $\nu_j$  is given by

$$\nu_j = \left\lfloor \frac{T-1}{\alpha_j} \right\rfloor. \quad (2.8)$$

We define also the variable  $\beta_j$  that characterizes the remaining time from the last preventive replacement action until the end of the planning horizon  $H$  :

$$\beta_j = T - \alpha_j \nu_j. \quad (2.9)$$

Figure 2.1 illustrates the variables  $\nu_j$ , and  $\beta_j$  for a simple example that consists of

one component, and a planning horizon  $H = 11$  months. There are 11 periods ( $T = 11$ ) of 1 month each (*i.e.*,  $L = 1$  month). As shown in the Figure, when this component is preventively replaced each 3 months, we have  $\alpha_1 = 3$ , three preventive replacements ( $\nu_1 = 3$ ), and  $\beta_1 = 2$ .

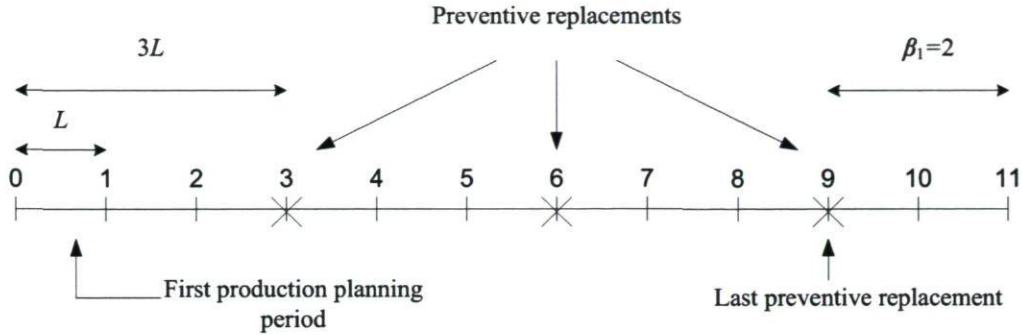


FIGURE 2.1 – Illustrative example.

Because we assume repair is minimal, we can model the occurrence of failures during  $[0, \alpha_j L[$  using a non-homogeneous Poisson process. Then, the expected number of failures during  $[0, \alpha_j L[$  is given by :

$$M[0, \alpha_j L[ = \int_0^{\alpha_j L} r_j(y) dy, \quad (2.10)$$

where  $r_j(y)$  is obtained from  $f_j(y)$  as :

$$r_j(y) = \frac{f_j(y)}{\int_y^{\infty} f_j(x) dx}. \quad (2.11)$$

Knowing that each component  $j$  is replaced by a new one at times  $\alpha_j L, 2\alpha_j L, \dots, \nu_j \alpha_j L$ , the expected number of failures of component  $j$  during the planning horizon  $H$  is estimated as (Lisnianski and Levitin, 2003; Levitin and Lisnianski, 2001) :

$$N_j = \nu_j M_j[0, \alpha_j L[ + M_j[0, \beta_j L[. \quad (2.12)$$

If  $CMR_j$  and  $CPR_j$  are, respectively, the given expected minimal repair, and the preventive replacement costs of component  $j$ , the expected maintenance cost during the



planning horizon is :

$$\begin{aligned} CM(\boldsymbol{\alpha}) &= \sum_{j=1}^n (N_j CMR_j + \nu_j CPR_j) \\ &= \sum_{j=1}^n \{ (\nu_j M_j[0, \alpha_j L + M_j[0, \beta_j L]) CMR_j + \nu_j CPR_j \}. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Similarly, if  $TMR_j$ , and  $TPR_j$  are, respectively, the expected minimal repair, and the preventive replacement times of component  $j$ , the expected maintenance time during the planning horizon is

$$TM(\boldsymbol{\alpha}) = \sum_{j=1}^n \{ (\nu_j M_j[0, \alpha_j L + M_j[0, \beta_j L]) TMR_j + \nu_j TPR_j \}. \quad (2.14)$$

### 2.3.2 Evaluation of $G_{MSS}^t(\boldsymbol{\alpha})$

#### Component performance model

To evaluate the average production rate of the system  $G_{MSS}^t(\boldsymbol{\alpha})$  during each period  $t$  ( $t = 1, 2, \dots, T$ ), it is necessary to estimate the average availability of each component  $j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) per period. We assume that the length  $L$  is large enough, so that we can consider that a stationary regime is reached during each period. This assumption is realistic because a typical value for a tactical planning period in industry is one month or more. We denote by  $A_j^t$  the steady-state availability during a period  $t$ . This availability depends on the expected number of failures during  $[(t-1)L, tL[$ , and on the occurrence or not of a preventive maintenance at the beginning of period  $t$ . In fact, within the time period  $[(t-1)L, tL[$ , the component is expected to fail a number of times, and be minimally repaired each time. Furthermore, if a preventive replacement is performed, the component will be unavailable.

Define the binary variable :

$$\rho_j^t = \begin{cases} 1 & \text{if a PM action is performed at the beginning of period } t \text{ for the component } j, \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (2.15)$$

Also define the expected number of component  $j$  failures during the interval  $[(t - 1)L, tL[$  as :

$$M_j[(t - 1)L, tL[ = \int_{(t-1)L}^{tL} r_j(y) dy \quad (2.16)$$

The availability  $A_j^t$  is then :

$$A_j^t = \frac{L - TPR_j \rho_j^t - TMR_j M_j[(t - 1)L, tL[}{L} \quad (2.17)$$

Note that because  $TPR_j$ ,  $TMR_j$ , and  $M_j[(t - 1)L, tL[$  are expected values, (2.17) gives an expected value of the component availability over the time horizon  $L$  beginning from time  $(t - 1)L$  until time  $tL$ .

Clearly, the 0-1 variable  $\rho_j^t$  used in (2.17) depends on the decision variable  $\alpha_j$ . If we denote by  $\lfloor x \rfloor$  the greatest integer lower bound of  $x$ , we have :

$$\rho_j^t = \left\lfloor \frac{t-1}{\alpha_j} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{t-2}{\alpha_j} \right\rfloor, \quad (2.18)$$

because  $\left\lfloor \frac{t-1}{\alpha_j} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{t-2}{\alpha_j} \right\rfloor = 1$  only when  $(t = \alpha_j + 1, 2\alpha_j + 1, \dots, \nu_j \alpha_j + 1)$ .

Because initially new components are cyclically renewed by preventive maintenance (at times  $\alpha_j L, 2\alpha_j L, \dots, \nu_j \alpha_j L$ ), the function  $M_j[(t - 1)L, tL[$  is periodic with period  $\alpha_j L$ . For the first period, we have :

$$M_j[(t - 1)L, tL[ = M_j[0, tL[ - M_j[0, (t - 1)L[. \quad (2.19)$$

It can be verified easily that the periodic function  $M_j[0, tL[$  with period  $\alpha_j L$  can be written for all periods as  $M_j\left[0, \left(t - \left\lfloor \frac{t-1}{\alpha_j} \right\rfloor \alpha_j\right) L\right]$ . Therefore, (2.19) can be written for



all periods as :

$$M_j[0, tL] = M_j \left[ 0, \left( t - \left\lfloor \frac{t-1}{\alpha_j} \right\rfloor \alpha_j \right) L \right] - M_j \left[ 0, \left( (t-1) - \left\lfloor \frac{t-1}{\alpha_j} \right\rfloor \alpha_j \right) L \right] \quad (2.20)$$

Using (2.17), (2.18), and (2.20), we obtain :

$$A_j^t = \frac{L - [TPR_j(\lfloor \frac{t-1}{\alpha_j} \rfloor - \lfloor \frac{t-2}{\alpha_j} \rfloor)] - [TMR_j(M_j[0, (t - \lfloor \frac{t-1}{\alpha_j} \rfloor \alpha_j)L] + M_j[0, ((t-1) - \lfloor \frac{t-1}{\alpha_j} \rfloor \alpha_j)L])]}{L} \quad (2.21)$$

Equation (2.21) expresses the availability  $A_j^t$  in a straightforward way that is easier to implement in a computer program.

### MSS performance model

Once the average availability is calculated for each period, and for each component, depending on the MSS configuration (series, parallel, series-parallel, network, etc.), an appropriate evaluation method can be used to determine for each period the average production rate  $G_{MSS}^t(\alpha)$ . A detailed study of these evaluation methods can be found for example in (Lisnianski and Levitin, 2003; Levitin, 2005; Ushakov, 1986; Ross, 1993). Our model is general in the sense that it can be used for any MSS configuration.

As a simple illustrative example, consider a production system consisting of two binary-state components in parallel. These components are independent economically, stochastically, and structurally. Assume that the nominal production rates (in items per time unit) are  $g_1 = 10$ , and  $g_2 = 15$ . The availability of each component is assumed to be evaluated as  $A_1^1 = 0.9$ , and  $A_2^1 = 0.85$ . The number of the possible combinations of the states of components is 4. In Table 2.1, we give the production rate, and the probability for each state. We obtain for this example  $G_{MSS}^1 = 25p_1 + 10p_2 + 15p_3 = 33.9$  items per time unit.

The universal generating function (UGF) method can be advantageously used in this evaluation step of the MSS average production rate. The advantage of using the UGF method instead of a direct enumeration appears when the number of component is high. If we have for example a series-parallel system with 20 independent components,

States	Production rates	Probabilities
{10, 15}	25	$p_1 = A_1^1 A_2^1 = 0.765$
{10, 0}	10	$p_2 = A_1^1 (1 - A_2^1) = 0.135$
{0, 15}	15	$p_3 = (1 - A_1^1) A_2^1 = 0.765$
{0, 0}	0	$p_4 = (1 - A_1^1)(1 - A_2^1) = 0.015$

TABLE 2.1 – Example of a system with two parallel components.

the number of states is  $2^{20}$ . By using the UGF method, we need to specify as inputs (to a computer program) only 20 individual UGF of components, without explicitly enumerating all the system states. Then, the computerized algebraic operators defined by the method will construct the system UGF to evaluate the production rate. The UGF method for series-parallel systems allows one to obtain the UGF recursively. This property of the UGF method is based on the associative property of the structure functions. The recursive approach presumes obtaining UGF of subsystems containing several basic components, and then treating the subsystem as a single component with the obtained UGF when computing the UGF of a higher level subsystem. Combining the recursive approach with the simplification technique reduces the number of terms in the intermediate UGF, and provides a drastic reduction of the computational resources (Lisnianski and Levitin, 2003; Levitin, 2005) needed to obtain the performance measures of the entire system.

## 2.4 Solution method

### 2.4.1 Exhaustive evaluation of PM alternatives

In the mixed-integer non linear problem formulated by (2.1)-(2.7), for each product  $p$ , and for each period  $t$ , the decision variables are  $x_{pt}$ ,  $I_{pt}$ ,  $B_{pt}$ ,  $y_{pt}$  and  $\alpha$ . For a given solution vector  $\alpha = \{\alpha_j\}$ , the values of  $CM(\alpha)$ ,  $TM(\alpha)$ , and  $G_{MSS}^t(\alpha)$  can be evaluated by using the results of the previous subsections. Knowing these values, the problem (2.1)-(2.7) becomes a mixed integer linear production planning problem corresponding to the capacitated lot-sizing problem, which can be solved using any selected existing algorithm. This pure production planning problem can be solved also by using the mixed integer solver of a commercial optimization package. A direct method to solve the proposed integrated model consists in evaluating all the PM solutions. However, this



exhaustive evaluation results in a worst case of  $T^n$  (with  $T$  is the number of periods, and  $n$  is the number of components) linear mixed-integer programs (MIP) to be solved. Even if this number can be reduced if there is a constraint  $TM(\alpha) \leq TM_0$  that can be previously verified, it remains that such a method may solve efficiently only small-size problems. It is prohibitive for large instances because the number of MIP will be too large. For example, solving a problem with 10 components and 10 periods using exhaustive evaluation of PM alternatives consists in solving  $10^{10}$  MIP, which is clearly prohibitive in term of execution time. Because of this model complexity, we will develop in the next subsection a heuristic approach, based on genetic algorithms, to deal with the PM selection task in our integrated production and PM planning model.

## 2.4.2 Genetic algorithm

A genetic algorithm (GA) is a search technique that imitates the natural selection and biological evolutionary process. GA have been used in a wide variety of applications, particularly in combinatorial optimization problems, and they were proved to be able to provide near optimal solutions in reasonable time.

A GA starts with a population of randomly generated candidate solutions (called chromosomes). A chromosome is represented by a string of numbers called genes. Each chromosome in the population is evaluated according to some fitness measure. Certain pairs of chromosomes (parents) are selected on the basis of their fitness. Each of these pairs combines to produce new chromosomes (offspring), and some of the offspring are randomly modified. A new population is then formed replacing some of the original population by an identical number of offspring. This process repeats until a predetermined number of generations have been generated, and the procedure terminates. The GA will return the best feasible solution that was generated over the course of its execution.

The necessary components for a GA to solve a problem are :

1. a method of representing solutions to the problem in a chromosome-like structure, and a way to initialize the population ;
2. a function to determine the relative "fitness" of individuals; and
3. a set of genetic operators that act on the individuals to pass on and/or change their genetic composition (generally selection, crossover, and mutation).

When applying GA to numerical examples, a set of parameters must be specified for the population size, probability of applying genetic operators, etc.

## Solution representation, and population initialization

A solution in the population is represented by the vector  $\alpha$  that corresponds to a MSS preventive replacement policy. Each gene  $\alpha_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) takes a value in the set  $\{1, 2, \dots, T\}$ . This value specifies the PM period for component  $j$ .

The initial population is generated by assigning randomly PM periods to components (*i.e.*, by a random choice of the  $\alpha_j$  values in  $\{1, 2, \dots, T\}$ ). Recall that choosing for example  $\alpha_j = 2$  means that component  $j$  will be replaced every two periods during the planning horizon. The population size is denoted by  $N_S$ .

## Fitness determination

A fitness value is generated for each solution in the population to drive the "selection" process. Each solution in the population has a chance of surviving to the next generation proportional to its "fitness" level. We use the global cost given by the objective function (2.1) to evaluate the "fitness" of each solution. Evaluation of a solution is then given by the sum of production and maintenance costs. For a given solution vector  $\alpha = \{\alpha_j\}$  in the population, the values of  $CM(\alpha)$ ,  $TM(\alpha)$ , and  $G_{MSS}^t(\alpha)$  are evaluated to determine the fitness of each solution in the population.

## Selection, crossover, and mutation

Selection is a probabilistic procedure, based on the fitness values of each solution in the population, used to select the solutions that will move on to the next generation. We employ elitist ranking followed by random selection. In the ranking scheme, the individuals in the population are sorted by fitness values. To constitute the mating pool, we keep the best  $N_B$  solutions (among the  $N_S$  vectors present in the population); the rest of the new population ( $N_S - N_B$ ) is completed by using a roulette-wheel selection method which adds copies of the replacement policy vectors in a population on to the next generation. In roulette-wheel selection, the probability of an individual being selected is proportional to its fitness (a vector having the lowest global cost has the best fitness function). Elitism is used here with the fitness-proportionate selection to save the best individual found.

The next step is to generate, through crossover and mutation, a second population of solutions from those selected. For each new solution to be produced, a pair of "parent"



solutions is selected for breeding from the pool selected previously. Crossover is performed with the probability  $K/N_S$  (crossover rate) between two parents, by exchanging parts of their genomes to form two new solutions (called offspring or children). That is, the number of parents which undergo the crossover is given by  $K$ . In our case, we have used a simple one-point crossover technique as follows. A single crossover point on both parents' organism strings is selected by choosing randomly a position. To form the children, all data beyond that point in either organism string is swapped between the two parent organisms.

Mutation is carried out by modifying the values of  $g$  genes in  $d$  vectors of offspring. The values of  $g$ , and  $d$  are both chosen randomly, so every string in the mating pool may be mutated with a given mutation probability or rate  $K/N_S$ . This rate controls the percentage of offspring that undergo mutation. The number of genes to be replaced in each offspring is also controlled by  $g$ . Mutation is used to maintain genetic diversity from one generation to the next, avoiding premature convergence to local optima. However, it should not occur very often, because then GA will in fact change to random search.

The termination criterion is given by a number  $N_G$  of generations proceeding without improving on the best solution.

## 2.5 Numerical examples

A simple example is first considered to illustrate the value of integrating production planning with preventive maintenance planning. Then, three large-size problems are solved by using the exhaustive evaluation method, and the proposed GA. The proposed algorithms were coded in MATLAB, and all experiments were performed on a 1.90 GHz Dual core processor, with 2 GB of RAM running under Windows. By using the optimal solution of the exhaustive evaluation method as a reference, we will show that our heuristic based on GA provides fast, good, robust solutions. The performance of the proposed heuristic will be compared to the exhaustive evaluation method in terms of execution time, and solution quality. Furthermore, the robustness of our heuristic will be measured by evaluating the standard deviations, and the coefficients of variation over ten runs.

### 2.5.1 Illustrative example

Let us consider a multi-state system containing 2 binary-state, s-independent components in parallel. The characteristics of the components are given in Table 2.2.

Component $j$	$g$ (items/month)	$CPR$ (\$)	$CMR$ (\$)	$TPR$ (month)	$TMR$ (month)
1	50	1500	1000	0.020	0.1
2	55	1700	1250	0.025	0.15

TABLE 2.2 – Characteristics of the components.

The planning horizon  $H$  is 5 months composed of 5 periods ( $L = 1$  month). The system has to produce two kinds of products in lots so that the demands are satisfied. For each product, the periodic demands are presented in Table 2.3. Table 2.4 gives the holding, backorder, set-up, and production costs for each product. These costs are the same for all periods. We assume that the lifetime of component 1 is distributed according to a second order Gamma distribution, and the lifetime of component 2 is distributed according to Weibull distribution with parameters (2,2). Table 2.5 shows the expected number of failures as a function of the component's age.

Period $t$	Demand of product 1 $d_{1t}$ (items)	Demand of product 2 $d_{2t}$ (items)
1	50	50
2	48	49
3	48	50
4	47	47
5	48	48

TABLE 2.3 – Demands of products.

The objective of this example is to illustrate that integrating PM and production planning reduces the total cost. With two components, and five periods, there are  $5^2 = 25$  possible PM solutions  $\alpha_m = \{\alpha_1, \alpha_2\}$ , with  $m \in \{1, 2, \dots, 25\}$ , and  $\alpha_1, \alpha_2 \in \{1, 2, \dots, 5\}$ . Because the planning horizon is 5 months,  $\alpha_i = 5$  means that no PM action is performed. Table 2.6 presents for each  $\alpha_m$  the values of the total maintenance time  $TM(\alpha_m)$ , the total maintenance cost  $CM(\alpha_m)$ , the total production cost, and the total cost (*i.e.*,



Product	Holding cost	Backorder cost	Set-up cost	Production cost
$p$	$h_{pt}$ (\$)	$b_{pt}$ (\$)	$s_{pt}$ (\$)	$\pi_{pt}$ (\$)
1	40	120	500	70
2	40	120	500	70

TABLE 2.4 – Cost data of products.

$\alpha_j$	$M_1[0, \alpha_j L[$	$M_2[0, \alpha_j L[$
1	0.31	0.25
2	0.90	1
3	1.61	2.25
4	2.39	4
5	3.21	6.25

TABLE 2.5 – The expected number of failure by time interval.

the sum of total maintenance and production costs). On the one hand, if we examine the pure production costs, we observe that the minimal production cost is obtained for  $\alpha = \{5, 1\}$ . On the other hand, the minimal maintenance cost is obtained for  $\alpha = \{5, 3\}$ . The total costs associated with each of these plans when both total production and maintenance costs are considered are, respectively, \$50,522.5, and \$49,992.5. Actually, the total cost of an optimal integrated production and maintenance plan is reduced to \$48,772.5, and is obtained for  $\alpha = \{5, 2\}$ . In other words, the optimal integrated production and maintenance plan suggests that no preventive maintenance is performed for component 1, and it is performed each 2 months for component 2, while both components are minimally repaired at failure. Table 2.7 shows the optimal production plan for the two products when integrating production and PM planning.

## 2.5.2 Larger problems

### Input data

For all problems, the planning horizon  $H$  is 5 months composed of 5 periods ( $L = 1$  month). Two kinds of products have to be produced in lots so that the demands are

PM solutions		Total production	Total maintenance	Total
$\alpha_1$	$\alpha_2$	cost (\$)	cost (\$)	cost (\$)
1	1	15912.5	<b>38950</b>	54862.5
1	2	13762.5	38990	52752.5
1	3	13312.5	39880	53192.5
1	4	14562.5	41600	56162.5
1	5	15362.5	42400	57762.5
2	1	13472.5	<b>38950</b>	52422.5
2	2	11322.5	39110	50432.5
2	3	10872.5	40460	51332.5
2	4	12122.5	42180	54302.5
2	5	12922.5	42980	55902.5
3	1	12372.5	<b>38950</b>	51322.5
3	2	10222.5	39230	49452.5
3	3	9772.5	40630	50402.5
3	4	11022.5	42350	53372.5
3	5	11822.5	43100	54922.5
4	1	12562.5	<b>38950</b>	51512.5
4	2	10412.5	39350	49762.5
4	3	9962.5	40920	50882.5
4	4	11212.5	42640	53852.5
4	5	12012.5	43440	55452.5
5	1	11572.5	<b>38950</b>	<b>50522.5</b>
5	2	9422.5	39350	<b>48772.5</b>
5	3	<b>8972.5</b>	41020	<b>49992.5</b>
5	4	10222.5	42740	52962.5
5	5	11022.5	43490	54512.5

TABLE 2.6 – Evaluation of costs for each PM alternative

satisfied. The holding, backorder, set-up, and production costs for each product are the same for all periods. In all problems, we consider multi-state series-parallel systems with



Period	Product A				Product B			
	Production	Inventory	Backorder	Set-up	Production	Inventory	Backorder	Set-up
1	51	1	0	1	50	0	0	1
2	46	0	1	1	49	0	0	1
3	49	0	0	1	49	0	1	1
4	46	0	1	1	48	0	0	1
5	49	0	0	1	48	0	0	1

TABLE 2.7 – Optimal production plan when integrating production and PM

binary-states, and  $s$ -independent components.

**Problem 1 (5 components)** The problem consists of three subsystems (1, 2, and 3) connected in series. For subsystems 1 and 3, two components are in parallel, while subsystem 2 contains only one component. The characteristics, and the lifetime distribution of each component are given in Table 2.8. The costs, and the periodic demands are given in Tables 2.9 and 2.10, respectively.

Comp. $j$	$G_k$ (items/month)	$CPR_j$ (\$)	$CMR_j$ (\$)	$TPR_j$ (month)	$TMR_j$ (month)	Lifetime distribution
1	100	7000	1000	0.04	0.08	Weibull (2,2)
2	110	8000	2000	0.015	0.03	Weibull (2,2)
3	220	4000	2000	0.02	0.05	Weibull (3,3)
4	100	4000	2200	0.025	0.04	Gamma (1,2)
5	110	4000	2200	0.03	0.07	Weibull (3,3)

TABLE 2.8 – Characteristics of the components (Problem 1).

**Problem 2 (7 components)** The problem consists of two subsystems (1 and 2) connected in series. For subsystem 1, three components are in parallel, while subsystem 2 contains four parallel components. The characteristics, and the lifetime distribution of

Period $t$	Demand of product 1 $d_{1t}$ (items)	Demand of product 2 $d_{2t}$ (items)
1	90	90
2	100	100
3	100	100
4	90	90
5	100	100

TABLE 2.9 – Demands of products (Problem 1).

Product	Holding cost	Backorder cost	Set-up cost	Production cost
$p$	$h_{pt}$ (\$)	$b_{pt}$ (\$)	$s_{pt}$ (\$)	$\pi_{pt}$ (\$)
1	40	250	1000	100
2	40	250	1000	100

TABLE 2.10 – Cost data of products (Problem 1).

each component are given in Table 2.11. The costs, and the periodic demands are the same as in the previous example (see Tables 2.9, and 2.10).

Comp. $j$	$G_k$	$CPR_j$	$CMR_j$	$TPR_j$	$TMR_j$	Lifetime
	(items/month)	(\$)	(\$)	(month)	(month)	distribution
1	100	2000	1000	0.01	0.04	Weibull (2,2)
2	50	2400	1200	0.02	0.08	Weibull (3,3)
3	50	2800	1400	0.03	0.12	Weibull (2,2)
4	50	3200	1600	0.04	0.16	Weibull (3,3)
5	50	3600	1800	0.05	0.2	Weibull (2,2)
6	50	4000	2000	0.01	0.04	Weibull (3,3)
7	50	4400	2200	0.02	0.08	Weibull (2,2)

TABLE 2.11 – Characteristics of the components (Problem 2).



**Problem 3 (10 components)** The problem consists of three subsystems (1, 2, and 3) connected in series. For subsystem 1, three components are in parallel. Subsystem 2 contains five parallel components. Subsystem 3 contains two parallel components. The characteristics, and the lifetime distribution of each component are given in Table 2.12. The costs, and the periodic demands are given in Tables 2.13, and 2.14, respectively.

Comp. $j$	$G_k$ (items/month)	$CPR_j$ (\$)	$CMR_j$ (\$)	$TPR_j$ (month)	$TMR_j$ (month)	Lifetime distribution
1	100	1500	1000	0.03	0.06	Weibull (2,2)
2	50	1500	1200	0.03	0.08	Weibull (3,3)
3	100	2000	1400	0.04	0.1	Weibull (2,2)
4	50	2000	1600	0.02	0.1	Weibull (3,3)
5	50	3000	1800	0.05	0.12	Weibull (2,2)
6	50	2500	2000	0.06	0.14	Weibull (3,3)
7	50	3000	2200	0.05	0.15	Weibull (2,2)
8	50	3500	2400	0.04	0.13	Weibull (3,3)
9	150	4000	2600	0.03	0.1	Weibull (2,2)
10	100	4500	2800	0.01	0.09	Weibull (3,3)

TABLE 2.12 – Characteristics of the components (Problem 3).

Period $t$	Demand of product 1 $d_{1t}$ (items)	Demand of product 2 $d_{2t}$ (items)
1	50	50
2	10	10
3	50	50
4	70	70
5	150	150

TABLE 2.13 – Demands of products (Problem 3).

Product	Holding cost	Backorder cost	Set-up cost	Production cost
$p$	$h_{pt}$ (\$)	$b_{pt}$ (\$)	$s_{pt}$ (\$)	$\pi_{pt}$ (\$)
1	40	250	500	100
2	40	250	500	100

TABLE 2.14 – Cost data of products (Problem 3).

### Results obtained by exhaustive evaluation method

Table 2.15 presents for each problem the number of possible PM alternatives, and the time to find the optimal solution. Because the execution time is prohibitive for large-size problems (for example, more than 6 days with 10 components and 5 periods), the proposed GA heuristic is proposed as a solution technique, and compared to the exhaustive evaluation method.

Problem size	Number of PM alternatives	Execution time
5 components/5 periods	$5^5$	1.81 minute
7 components/5 periods	$7^5$	45 minutes
10 components/5 periods	$10^5$	More than 6 days

TABLE 2.15 – Results of the exhaustive evaluation method.

### Results obtained by GA, and comparison

**Parameter settings** Preliminary numerical tests were used to set the values of the parameters. For each problem instance, other data are randomly generated and used to calibrate the parameters. Once the values of the parameters are set, they are used for the variations of the problem instances to be solved in this paper. In this way, we avoid parameter over-fitting. The parameters' values are presented in Table 2.16.

**Results, and comparison** For each problem, ten trials were performed. Table 2.17 summarizes the best, the average, and the worst costs. Furthermore, to measure the robustness of the proposed algorithm, it presents the standard deviations, and the coefficients of variation (CV). We remark that, for each problem, the standard deviation



<b>Problem size</b>	$N_S$	$N_B$	$K$	$d$	$g$	$N_G$
5 components/5 periods	50	20	40	4	1	20
7 components/5 periods	100	50	80	10	2	20
10 components/5 periods	100	50	80	10	2	20

TABLE 2.16 – Values of parameters.

is low. This fact implies that the proposed method is robust. The low standard deviation of the method can be interpreted as a sign of insensitivity to the initial solution, and the random number seed. Table 2.18 presents the best, the average, and the worst execution time for all problems. Table 2.19 presents the vectors  $\alpha$  (representing system preventive replacement policy) for the best obtained solution for each problem instance. The corresponding best integrated production plans are presented in Tables 2.20 through 2.22, for problems 1, 2, and 3, respectively.

<b>Problem size</b>	<b>Best cost</b>	<b>Mean cost</b>	<b>Worst cost</b>	<b>Std. dev</b>	<b>CV</b>
5 components/5 periods	146 915 \$	146 915 \$	146 915 \$	0	0
7 components/5 periods	167 191 \$	167 297 \$	167 724 \$	238.27	0.14
10 components/5 periods	147110 \$	147376 \$	147 870 \$	385.60	0.26

TABLE 2.17 – The costs found by GA when performing 10 runs.

<b>Problem size</b>	<b>GA</b>			<b>EM</b>
	<b>Best time</b>	<b>Mean time</b>	<b>Worst time</b>	
5 components/5 periods	53 s	72 s	88 s	109 s
7 components/5 periods	109 s	131 s	190 s	1352 s
10 components/5 periods	275 s	377 s	633 s	522049 s

TABLE 2.18 – The execution times in seconds of the exhaustive method (EM), and of GA over 10 runs.

For Problem 1 (5 components/5 periods), GA found the optimal solution after an average time of 72 seconds over ten runs. The solution is verified to be optimal by using the exhaustive method. The exhaustive method found this solution after 109

Problem size	Vector $\alpha$
5 components/5 periods	{5, 5, 3, 5, 3}
7 components/5 periods	{3, 3, 3, 3, 2, 3, 3}
10 components/5 periods	{3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3}

TABLE 2.19 – The vectors  $\alpha$  for the best obtained solutions.

Period	Product A				Product B			
	Production	Inventory	Backorder	Set-up	Production	Inventory	Backorder	Set-up
1	94	4	0	1	90	0	0	1
2	101	5	0	1	100	0	0	1
3	95	0	0	1	100	0	0	1
4	100	10	0	1	90	0	0	1
5	90	0	0	1	94	0	6	1

TABLE 2.20 – Best production plan when integrating production, and PM for Problem 1

Period	Product A				Product B			
	Production	Inventory	Backorder	Set-up	Production	Inventory	Backorder	Set-up
1	106	16	0	1	90	0	0	1
2	84	0	0	1	102	2	0	1
3	84	0	16	1	98	0	0	1
4	97	0	9	1	90	0	0	1
5	109	0	0	1	80	0	20	1

TABLE 2.21 – Best production plan when integrating production, and PM for Problem 2

seconds. The importance of the proposed GA approach rises for large size problems. In fact, for Problem 2 (7 components/5 periods), the method using exhaustive evaluation of PM alternatives found the optimal solution after 23 minutes, while GA found the same solution after an average time of 2.18 minutes (over ten runs). For Problem 3 (10 components/5 periods), the optimal solution was found by the exhaustive method after



Period	Product A				Product B			
	Production	Inventory	Backorder	Set-up	Production	Inventory	Backorder	Set-up
1	60	10	0	1	60	10	0	1
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	50	0	0	1	50	0	0	1
4	70	0	0	1	135	65	0	1
5	150	0	0	1	85	0	0	1

TABLE 2.22 – Best production plan when integrating production, and PM for Problem 3

more than six days. The same solution was found by GA after 6.28 minutes in average. The best and the worst times to find this solution are 4.58 minutes, and 10.55 minutes.

## 2.6 Conclusion

In this paper, we studied the problem of integrating PM and production planning in the context of a multi-state system subject to cyclic PM with minimal repair at failure. We developed a non linear mixed programming model, taking into account interdependence between PM planning and production planning. The integrated objective is to minimize the sum of the total production, and the maintenance costs. The total production cost corresponds to inventory, backorder, production, and set-up costs, while the maintenance cost is the sum of PM, and minimal repair costs for all the MSS components. A method was proposed to evaluate the times, and the costs of PM, and minimal repair ; and the average production system capacity per period. For each chosen PM solution, the problem is solved as a multi-product capacitated lot-sizing problem. It was illustrated using numerical examples that integrating the two decisions making processes resulted in an improvement. To solve the proposed integrated model, a method using an exhaustive evaluation of PM alternatives is first proposed. In this method, all the PM solutions are evaluated. This approach results in a worst case of a large number of linear mixed-integer programs to be solved. Because such a method may solve efficiently only small-size problems, a genetic algorithm was developed to deal with the PM selection task in our integrated production and PM planning model for multi-state systems. An issue currently under investigation consists in extending the proposed model to deal with non-cyclical preventive maintenance, while developing and comparing others meta-heuristic based solution approaches.

## Acknowledgements

The authors would like to thank the associate editor, the managing editor, and four anonymous referees for their constructive comments and recommendations which have significantly improved the presentation of this paper. They would like to thank also the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada (NSERC) for financial support.

**Mustapha Nourelfath** is a Professor of Industrial Engineering at Université Laval (Canada), in the Department of Mechanical Engineering at the Faculty of Science and Engineering. Before his current position, he was Professor at UQAT (Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue, Canada). After graduating from ENSET-Mohammedia (Morocco), Professor Nourelfath obtained a DEA and a PhD in industrial automation and industrial engineering from INSA (National Institute of Applied Science) of Lyon (France), in 1994 and 1997, respectively. Dr. Nourelfath is member of the organizing and scientific committees of different international conferences, and regularly acts as a referee for many scientific journals. He has been involved in many industry based activities, and he is conducting many industrial engineering projects. He is a member of CIRRELT (Interuniversity Research Centre on Enterprise Networks, Logistics and Transportation). His specific topics of interest are operations research and artificial intelligence applications in reliability, logistics, manufacturing, and supply chain management problems.

**Mohamed-Chahir Fitouhi** is presently working toward his PhD degree at Université Laval (Canada). He received his B.S. from ENIT (École Nationale d'Ingénieurs de Tunis), and his M.S. degree from Université Laval (Canada) in 2003 and 2006 respectively. His main research interests are maintenance, reliability engineering, and supply chain management.

**Mahdi Machani** is a PhD student at Université Laval (Canada). He received his B.S. from ENIT (École Nationale d'Ingénieurs de Tunis), and his M.S. degree from Université Laval (Canada) in 2007 and 2009 respectively. His main research interests are green supply chain design, meta-heuristic, and integrated production and maintenance planning.



## Bibliographie

- Agarwal, M., Gupta., R., 2007. Homogeneous redundancy optimization in multi-state series-parallel systems : A heuristic approach. *IIE Transactions* 39 (3), 277–289.
- Aghezzaf, E., Jamali, M., Ait-Kadi, D., 2007. An integrated production and preventive maintenance planning model. *European Journal of Operational Research* 181, 679–685.
- Aghezzaf, E., Sitompul, C., Najid, N., 2008. Integrated production and preventive maintenance in production systems subject to random failures. In : *MOSIM'08. 7th International Conference on Modelling and Simulation (MOSIM'08)*, March 31 – 2 April, Paris, France.
- Cassady, C., Kutangolu, E., 2005. Integrating preventive maintenance planning and production scheduling for a single machine. *IEEE Transaction on Reliability* 54 (2), 304–310.
- Cho, D., Parlar, M. A., 1991. Survey maintenance model for multi-unit systems. *European Journal of Operational Research* 51 (1), 1–23.
- Dekker, R., 1996. Application of maintenance optimization models : a review and analysis. *Reliab. Eng. Syst. Saf* 51 (3), 229–240.
- Levitin, G., 2005. *Universal generating function in reliability analysis and optimization*. Berlin-Springer.
- Levitin, G., Lisnianski, A., 2001. A new approach to solving problems of multi-state system reliability optimization. *Quality and Reliability Engineering International* 47 (2), 93–104.
- Levitin, G., Lisnianski, A., Ben-Haim, H., Elmakis, D., 1998. Redundancy optimization for series-parallel multi-state systems. *IEEE Transactions on Reliability* 47 (2), 165–172.
- Lisnianski, A., Levitin, G., 2003. *Multi- state system reliability*. World Scientific.
- Lisnianski, A., Levitin, G., Ben-Haim, H., Elmakis, D., 1996. Power system structure optimization subject to reliability constraints. *Electric Power Systems Research* 39, 145–152.
- Ouzineb, M., Nourelfath, M., Gendreau, M., 2008. Tabu search for the redundancy allocation problem of homogenous series-parallel multi-state systems. *Reliability Engineering and System Safety* 93 (8), 1257–1272.

- Ramirez-Marquez, J., Coit, D., 2004. A heuristic for solving the redundancy allocation problem for multi-state series-parallel systems. *Reliability Engineering and System Safety* 83 (3), 341–349.
- Ross, S., 1993. *Introduction to probability models*. Academic Press.
- Shapiro, J. F., 1993. Mathematical programming models and methods for production planning and scheduling. In : S.C Graves, A. R. K., Zipkin, P. (Eds.), *Logistics of Production and Inventory*. Vol. 4 of *Handbooks in Operations Research and Management Science*. Elsevier, pp. 371 – 443.
- Sipper, D., Bulfin, R., 1997. *Production : planning, control and integration*. McGraw-Hill.
- Ushakov, I., 1986. A universal generating function. *Soviet Journal Computer Systems Science* 25, 61–73.
- Weinstein, L., Chung, C., 1999. Integrating maintenance and production decisions in a hierarchical production planning environment. *Computer and Operations Research* 26 (10-11), 1059–1074.
- Wolsey, L., 2002. Solving multi-item lot sizing problems with mip solver using classification and reformulation. *Management Science* 48 (12), 1587–1602.



## Chapitre 3

# Integrating noncyclical preventive maintenance scheduling and production planning for a single machine

L'article intitulé "*Integrating non cyclical preventive maintenance scheduling and production planning for a single machine*" est inclus dans ce chapitre. Il a été soumis en Mai 2010 au "*International Journal of Production Economics*". Il a été révisé suite aux recommandations des évaluateurs et il est présentement soumis pour approbation. La version présentée dans ce chapitre est identique à la version révisée.

## Résumé

Cet article aborde la problématique de l'intégration de la planification non périodique de la maintenance préventive et de la planification tactique de la production pour un système à une seule composante. La politique de maintenance suggère un éventuel remplacement préventif au début de chaque période de planification de la production et une réparation minimale à la panne. Le modèle proposé détermine simultanément le plan optimal de production et les instants d'intervention des actions de maintenance préventive. La fonction objectif minimise la somme des coûts de maintenance préventive et corrective ainsi que les coûts de production. La méthode de résolution de ce problème propose une recherche exhaustive afin de comparer tous les problèmes de taille de lot capacitaires relatifs à chaque stratégie de maintenance. L'exemple numérique et le plan d'expérience présentés dans cet article montrent l'impact économique engendré par l'intégration de la planification de la maintenance et de la production et la non périodicité de la stratégie de maintenance.

## Abstract

This paper deals with the problem of integrating noncyclical preventive maintenance and tactical production planning for a single machine. We are given a set of products that must be produced in lots during a specified finite planning horizon. The maintenance policy suggests possible preventive replacements at the beginning of each production planning period, and minimal repair at machine failure. The proposed model determines simultaneously the optimal production plan and the instants of preventive maintenance actions. The objective is to minimize the sum of preventive and corrective maintenance costs, setup costs, holding costs, backorder costs and production costs, while satisfying the demand for all products over the entire horizon. The problem is solved by comparing the results of several multi-product capacitated lot-sizing problems. The value of the integration and that of using noncyclical preventive maintenance when the demand varies from one period to another, are illustrated through a numerical example and validated by a design of experiment. The later has shown that the integration of maintenance and production planning can reduce the total maintenance and production cost ; and the removal of periodicity constraint is directly affected by the demand fluctuation and can also reduce the total maintenance and production cost.



## 3.1 Introduction

### 3.1.1 Motivation

Harmony between maintenance and production departments is necessary for the success of modern companies. These two activities are clearly linked and, together, contribute to the improvement of the profit margin and the company's effectiveness. However, in many cases, their relationship may become conflictual, since they share the same equipments. The production department has to satisfy customer demands within promised delays and service levels. If a production manager promises to a customer the satisfaction of his demand with a given service level, it is important to honour her/his promise in a timely manner. Thus, the production department pushes for the maximal use of the production equipments. However, the maintenance department should try to keep these equipments in good conditions through preventive actions. This antagonist environment promotes the lack of communication and internal conflict during the planning process. The synchronisation between the production planning and preventive maintenance (PM) activities may avoid failure, production delays and re-planning problems. The maintenance planning should be simultaneously planned with the production planning and scheduling in order to decrease the costs generated by the production interruptions.

### 3.1.2 Prior literature

There are a lot of papers in the literature dealing with tactical production planning issues. For example, in (Argoneto et al., 2008), the authors cover the majority of advancement in this research area. The problem consists generally in minimizing inventory, production and set-up costs under machine capacities and demand satisfaction constraints. Solution methodologies for corresponding multi-product capacitated lot-sizing problems vary from traditional linear mixed integer programming, and associated branch and bound exact methods to heuristic methods. Similarly, several maintenance planning models can be found in the literature. The advancement in this area is covered, for example, in (Garg and Deshmukh, 2006) where the authors present an interesting classification, based on the modeling approach used for the problem formulation, such as Bayesian approach, mixed integer linear programming, fuzzy approach, simulation, Markovian probabilistic models, and analytic hierarchy process. These models are generally solved using optimization techniques to minimize equipment maintenance costs, or to maximize the equipment availability. Many preventive maintenance models are



presented in a cyclic (or periodic) context. In Grigorieva et al. (2006), the authors present a literature review about periodic preventive maintenance problems. The periodic aspect of PM consists in a repetitive execution of the same optimal maintenance service (for the optimal preventive maintenance interval) in the time horizon. There is only a relatively limited literature on models presenting a general (*i.e.*, not necessarily periodic) preventive maintenance policy. The objective of these models is to determine either the best time for doing preventive replacements by new items, *i.e.*, perfect PM (Yao et al., 2004), or the optimal sequence for imperfect maintenance actions (Levitin and Lisnianski, 2000).

Budai et al. (2006) reviewed the majority of integrated maintenance and production models, and subdivided the research area into four categories : high level models, the economic manufacturing quantity models, models of production systems with buffer, and finally production and maintenance rate optimization models. Cassady and Kutangolu (2005) proposed an integrated maintenance planning and production scheduling for a single machine, in order to find the optimal PM actions and job sequence minimizing the total weighted expected completion time. This model was solved by using genetic algorithms by Sortrakul et al. (2005). In Ashayeri et al. (1995), a mixed-integer linear programming model is developed to simultaneously plan preventive maintenance and production in a process industry environment. The model schedules production jobs and preventive maintenance jobs, while minimizing costs associated with production, backorders, corrective maintenance and preventive maintenance. The performance of the model is discussed and a branching solution procedure is suggested. Chelbi et al. (2008) proposed an integrated production and maintenance strategy for unreliable production system. The presented model focused on finding simultaneously the optimal value of the production lot size and the optimal preventive replacement interval, while considering the possibility of producing non-conform items. Song (2009) considered the problem of production and preventive maintenance control in a stochastic manufacturing system. The system is subject to multiple uncertainties such as random customer demands, machine failure and repair, and stochastic processing times. A threshold-type policy is proposed to control the production rate and the preventive maintenance operation simultaneously. Jin et al. (2009) introduced a new methodology based on the financial stock options principles to maximize the average profit under uncertain demand, by generating the optimal number of PM works during the production plan. Chung et al. (2009) used the reliability acceptance function to minimize the production makespan in a multi factory context. Berrichi et al. (2010) presented a mathematical model minimizing the production makespan and the system unavailability for parallel machine systems.

At the tactical level, there are only a few papers discussing the issue of combining preventive maintenance and production planning. Weinstein and Chung (1999) exami-



ned the integration of maintenance and production decisions in hierarchical planning environment. In Aghezzaf et al. (2007), the authors present a production and maintenance planning model for a production system modelled as a single component, subject to cyclical PM with minimal repair at failure. An approximate algorithm based on Lagrangian decomposition is suggested in Aghezzaf et al. (2008) to solve this problem for both cyclical, and noncyclical PM policies. In Nourelfath et al. (2010), the authors develop an integrated model for production and PM planning in multi-state systems.

### 3.1.3 Objective and outline

The present paper contributes to this small literature body on the integration of PM and production planning at the tactical level. The maintenance policy suggests possible preventive replacements at the beginning of each production planning period, and minimal repair at machine failure. This PM policy is said to be general, in the sense that it can be either cyclical or noncyclical. The production planning part corresponds to a multi-product capacitated lot-sizing problem. At this level, the decisions involve determination of quantities of items (lot sizes) to be produced in each period. Lot-sizing is one of the most important problems in production planning. Almost all manufacturing situations involving a product-line contain capacitated lot-sizing problems, especially in the context of batch production systems. The setting of lot sizes is in fact usually considered as a decision related to tactical planning, which is a medium-term activity. In aggregate planning, the lot sizing models are extended by including labor resource decisions. Tactical planning bridges the transition from the strategic planning level (long-term) to the operational planning level (short-term). Clearly, the time horizons may vary for each planning level depending on the industry. Typical values are one week (or less) for operational planning; one month (or more) for tactical planning; and one year (or more) for strategic planning. In several modern production systems, the components are usually reliable and PM decisions should be integrated at the tactical level.

Unlike Weinstein and Chung (1999), we are not dealing with this problem in hierarchical planning environment. While the models in Aghezzaf et al. (2007) and Nourelfath et al. (2010) deal with cyclical PM, the present paper takes into account the possibility of noncyclical PM. To the best of our knowledge, the only existing model that deals with the same problem is the model in Aghezzaf et al. (2008). The later assumes that maintenance actions carried out on the production system reduce its capacity without calculating this reduction. The model developed in this paper is different, and a method is proposed to evaluate the capacity reduction, the times and the costs of PM and minimal repair, and the average production system capacity in each period. The remainder

of the paper is organized as follows. The next section describes the problem. Sections 3.3 and 3.4 develop, respectively, the mathematical model and the solution method. An illustrative example is presented in Section 3.5. A design of experiment is realized in Section 3.6, and conclusions are in Section 3.7.

## 3.2 Problem description

### 3.2.1 The preventive maintenance scheduling problem

Let consider a single machine in a manufacturing system that is subject to random failures. Planned preventive maintenance and unplanned corrective maintenance can be performed on the machine. Whenever an unplanned machine failure occurs, a minimal repair (MR) is carried out, *i.e.*, the machine is restored to an operating condition without altering its age. In practice, MR happens when the machine operator does just enough maintenance to make the machine operable. Furthermore, we consider that the machine's hazard rate increases with the time, so that preventive maintenance is used to decrease the risk of failure. It is assumed that PM either restores the machine to "as-good-as-new" condition (perfect PM), or replaces the machine by a new one. We will sometimes refer to such perfect PM as preventive replacement (PR). We consider a general model, in the sense that it is possible to apply cyclical or noncyclical PR. The machine is considered as a binary-state system. It is characterized by its own nominal production rate, and its expected preventive and corrective maintenance times and costs. The expected maintenance cost during the planning horizon is the sum of preventive and corrective maintenance costs during each period. Given the failure, repair, and PM characteristics of the machine, the objective of maintenance planning is to achieve an optimal compromise between PR and MR by scheduling PR actions to minimize the total maintenance cost.

### 3.2.2 The production planning problem

Suppose the machine is required to produce a set of products  $P$ , during a given planning horizon  $H$  including  $T$  periods. All periods have the same fixed length  $L$ . For each product  $p \in P$ , a demand  $d_{pt}$  is to be satisfied at the end of period  $t$  ( $t = 1, 2, \dots, T$ ). The studied production planning problem consists in a multi-product capacitated lot-sizing problem. The decisions involve determination of quantities of items (lot sizes) to be produced in each period. The objective function minimizes the cost, while satisfying



the demand for all products over the entire horizon. The constraints are related to the dynamics of the inventory and the backorder, the setup, and the machine capacity.

### 3.2.3 The integrated problem

Suppose a machine possesses the failure, repair and PM characteristics defined in subsection 3.2.1; and the production requirements described in subsection 3.2.2. Furthermore, we assume that a replacement can be performed at the beginning of any planning period, except for the first period and at the end of the last period. Intuitively, separate production and maintenance plans are not always optimal with respect to the objective of minimizing the combined maintenance and production cost, and their combination may therefore reduce the total expected cost. Because of this, we propose an integrated model that solves the production planning and the PM scheduling simultaneously. This model allows us to determine jointly the optimal values of production and maintenance plans. The link between the production and maintenance is the machine capacity. The later is given by the machine production rate, which depends on the number of failures and on PM occurrences.

## 3.3 Mathematical model

Before presenting the integrated model, we evaluate the total maintenance cost; and the production capacity of the machine as a function of failure, repair, and PM characteristics.

### 3.3.1 Evaluating the maintenance cost and the production capacity reduction

Because we assume repair is minimal, we can model the occurrence of failures during  $[0, x[$  using a non-homogeneous Poisson process. Then, the expected number of failures during  $[0, x[$  is given by :

$$M[0, x[ = \int_0^x r(y) dy, \quad (3.1)$$

where  $r(y)$  is the failure rate of the machine obtained from its probability density function  $f(y)$  as follows :

$$r(y) = \frac{f(y)}{\int_0^{\infty} f(x) dx}. \quad (3.2)$$

Let define the following binary variable :

$$z_t = \begin{cases} 1 & \text{if a PM action is performed at the beginning of period } t \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (3.3)$$

We denote by  $a_t$  the effective age of the machine at the beginning of period  $t$ . Because we consider minimal repair and perfect PM, we have :

$$a_t = (1 - z_t)(a_{t-1} + L). \quad (3.4)$$

Equation (3.4) expresses that if no PM is performed at the beginning of a period  $t$  ( $z_t = 0$ ), the effective age of the machine is the sum of its previous age with period length  $L$ . In contrast, when a PM is carried out ( $z_t = 1$ ), the machine's age becomes zero (because the machine is renewed). The vector  $\mathbf{z} = \{z_t\}$  defines the machine PR decision binary variables ( $t = 1, 2, \dots, T$ ).

If  $CMR$  and  $CPR$  are, respectively, the given expected MR cost and the PR cost of the machine, the expected maintenance cost during the planning horizon can be determined by using the expected number of failure during each production planning period according to the equation :

$$CM(\mathbf{z}) = \sum_{t=1}^T (CPR z_t + CMR M[a_t, a_t + L]) = \sum_{t=1}^T (CPR z_t + CMR \int_{a_t}^{a_t+L} r(y) dy). \quad (3.5)$$

To evaluate the average production rate of the machine during each period  $t$ , it is necessary to estimate the average availability of the machine per period. We assume that



the length  $L$  is large enough, so that we can consider that a stationary regime is reached during each period. This assumption is realistic since a typical value for a tactical planning period in industry is one month or more. We denote by  $A_t(\mathbf{z})$  the steady-state availability during a period  $t$ , which depends on the PM vector  $\mathbf{z}$ . More specifically, this availability depends on the expected number of failures during  $[(t-1)L, tL[$ , and on the occurrence or no of a preventive maintenance at the beginning of period  $t$ . In fact, within the time period  $[(t-1)L, tL[$ , the machine is expected to fail a number of times and be minimally repaired. Furthermore, if a preventive replacement is performed, the component will be unavailable. Let  $TPR$  and  $TMR$ , respectively, the expected PR and the MR times of the machine. It follows that :

$$A_t(\mathbf{z}) = \frac{L - TPR z_t - TMR \int_{a_t}^{a_t+L} r(y) dy}{L}. \quad (3.6)$$

Finally, if we denote by  $g$  the machine nominal production rate, the average production rate of the machine during a period  $t$  is :

$$G_t(\mathbf{z}) = g(1 - \alpha), \quad (3.7)$$

where  $\alpha = \frac{TPR z_t + TMR M[a_t, a_t+L]}{L}$  is the capacity reduction factor.

### 3.3.2 The integrated model

The following additional notations are used :

$h_{pt}$	inventory holding cost per unit of product $p$ by the end of period $t$
$b_{pt}$	backorder cost (lost opportunity and goodwill) per unit of product $p$ by the end of period $t$
$Set_{pt}$	fixed set-up cost of producing product $p$ in period $t$
$\pi_{pt}$	cost of producing one unit of product $p$ in period $t$

The decision variables are :

$z_t$	binary variables that are elements of the preventive maintenance vector $\mathbf{Z}$
$x_{pt}$	quantity of product $p$ to be produced in period $t$
$I_{pt}$	inventory level of product $p$ at the end of period $t$
$B_{pt}$	backorder level of product $p$ at the end of period $t$
$y_{pt}$	binary variable, which is equal to 1 if the set-up of product $p$ occurs at the end of period $t$ , and 0 otherwise.

The integrated model can be stated as follows :

Minimize :

$$CT = \sum_{p \in P} \sum_{t=1}^T \left( h_{pt} I_{pt} + b_{pt} B_{pt} + \pi_{pt} x_{pt} + Set_{pt} y_{pt} \right) + CM(\mathbf{z}). \quad (3.8)$$

Subject to

$$I_{pt} - B_{pt} = I_{p(t-1)} - B_{p(t-1)} + x_{pt} - d_{pt}, \quad p \in P \text{ and } t = 1, \dots, T, \quad (3.9)$$

$$x_{pt} \leq \left( \sum_{q \geq t} d_{pq} \right) y_{pt}, \quad p \in P \text{ and } t = 1, \dots, T, \quad (3.10)$$

$$\sum_{p \in P} x_{pt} \leq G_t(\mathbf{z})L, \quad t = 1, \dots, T, \quad (3.11)$$

$$x_{pt}, I_{pt} \text{ and } B_{pt} \text{ integer} \quad p \in P \text{ and } t = 1, \dots, T, \quad (3.12)$$

$$y_{pt} \text{ binary} \quad p \in P \text{ and } t = 1, \dots, T, \quad (3.13)$$

$$z_t \text{ binary} \quad t = 1, \dots, T. \quad (3.14)$$

The objective function (3.8) consists of a total holding cost of the inventory, a backorder cost (backlogs are allowed), a total production cost, a total setup cost, and



a total maintenance cost  $CM(\mathbf{z})$  as given by Equation (3.5). The first constraint (3.9) relates inventory or backorder at the start and end of period  $t$  to the production and demand in that period. Equation (3.9) ensures simply that the sum of inventory (or backorder) of product  $p$  at the end of period  $t$  is equal to its inventory (or backorder) in the previous period plus the total production of that product in that period, minus the product demand for that period. The second constraint (3.10) forces  $x_{pt} = 0$  if  $y_{pt} = 0$  and frees  $x_{pt} \geq 0$  if  $y_{pt} = 1$ . In equation (3.10), the quantity  $\left(\sum_{q \geq t} d_{pq}\right)$  is an upper bound of  $x_{pt}$ . Equation (3.11) corresponds to the constraint of the available production capacity  $G_t(\mathbf{z})$  given by Equation (3.7).

### 3.4 Solution method

In the mixed integer problem formulated by (3.8)-(3.14), for each product  $p$  and for each period  $t$ , the decision variables are  $x_{pt}$ ,  $I_{pt}$ ,  $B_{pt}$ ,  $y_{pt}$  and  $z_t$ . Each possible PM action is represented by a combination of the binary decision variables  $(z_1, \dots, z_T)$ , which determines the number and the instants of the PM actions. For a given combination  $(z_1, \dots, z_T)$ , the model (3.8)-(3.14) becomes a mixed integer linear production planning problem corresponding to the classical capacitated lot-sizing problem, which can be solved using any existing algorithm or mixed integer solver (LINGO, CPLEX or MATLAB for example). Our solution method consists in evaluating all the PM alternatives. This method can be represented by the flowchart of Figure 3.1. To determine the integrated production and maintenance plans, the maximum number of mixed integer linear planning problems to be solved is given by the number of alternatives for PM solutions. Since each decision variable  $z_t$  ( $t = 1, \dots, T$ ) can have only two values, 0 or 1, (excepted for  $z_1$  which equal to 1 because a new replacement is considered in the beginning of the planning horizon), the maximum number of combinations  $(z_1, \dots, z_T)$ , as well as the number of LIP problems to solve, is  $N = 2^{(T-1)}$ . We remark also that for the  $N$  possible combinations representing the maintenance policy, only  $T$  combinations generate cyclical preventive maintenance plans.

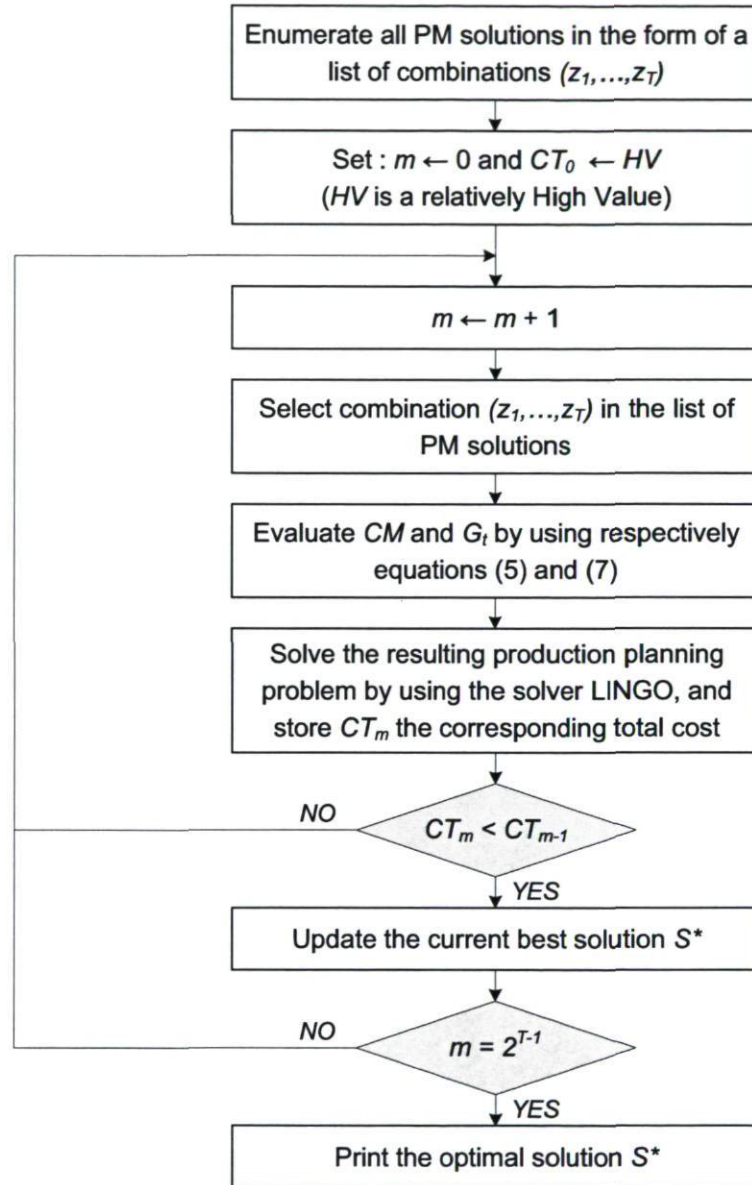


FIGURE 3.1 – Solution algorithm flowchart



## 3.5 Numerical example

### 3.5.1 Problem data

Let consider a machine for which the characteristics are given in Table 3.1. The planning horizon  $H$  is 8 months composed of 8 periods ( $L = 1$  month). The machine has to produce two kinds of products in lots so that the demands are satisfied. For each product, the periodic demands are presented in Table 3.2. Table 3.3 gives the holding, backorder, set-up and production costs for each product. These costs are the same for all periods. Finally, we assume that the lifetime of the machine is distributed according to Weibull distribution with parameters (2,2) in order to obtain the expected failure number per period (monthly) using the method in section 3.3.1.

$g$ (items/month)	$CPR$ (\$)	$CMR$ (\$)	$TPR$ (month)	$TMR$ (month)
50	4000	1000	0.020	0.090

TABLE 3.1 – Characteristics of the machine.

Period $t$	Demand of product 1 $d_{1t}$ (items)	Demand of product 2 $d_{2t}$ (items)
1	22	25
2	22	25
3	22	22
4	22	25
5	23	23
6	22	22
7	20	20
8	20	20

TABLE 3.2 – Demands of products.

Product	Holding cost	Backorder cost	Set-up cost	Production cost
$p$	$h_{pt}$ (\$)	$b_{pt}$ (\$)	$s_{pt}$ (\$)	$\pi_{pt}$ (\$)
1	40	240	1000	90
2	40	240	1000	90

TABLE 3.3 – Cost data of products.

### 3.5.2 Results and discussion

In this part, we show that integrating PM and production planning reduces the total cost for both cyclical and noncyclical PM strategies. We focus on the PM periodicity constraint and its relationship with the demand. The value of using noncyclical preventive maintenance when the demand varies from a period to another will be then illustrated. Note that the numerical example solution has been realised with MATLAB and the execution time was 4.82 seconds by using a 2.33 GHz processor.

#### Cost reduction by integrating cyclical PM and production planning

For 8 periods, we have only 8 possible periodic PM alternatives knowing that a preventive replacement is operated at the beginning of the planning horizon ( $z_1 = 1$ ). Table 3.4 presents, for each periodic PM solution represented by a combination of  $(z_1, \dots, z_8)$ , the values of the total maintenance cost, the total production cost, and the total cost (*i.e.*, the sum of total maintenance and production costs).

If we examine the pure production costs, we observe that the minimal production cost is obtained for  $\mathbf{z} = (1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$ . The minimal maintenance cost is obtained for  $\mathbf{z} = (1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0)$ . The total costs associated with each of these plans when both total production and maintenance costs are considered are, respectively, 81950\$ and 67790\$. However, the total cost of an optimal integrated production and cyclical maintenance plan is reduced to 66650\$ and is obtained for  $\mathbf{z} = (1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0)$ . In other words, the optimal integrated production and periodic maintenance plan suggests that a preventive maintenance is performed for the machine each 3 months, and it is minimally repaired at failure. Table 3.5 shows the optimal production plan for the two products where integrating production and PM planning. From Table 3.4, we can calculate that this integration reduces the total cost by about 1.7 %.



$z_1$	$z_2$	$z_3$	$z_4$	$z_5$	$z_6$	$z_7$	$z_8$	Maintenance cost (\$)	Production cost (\$)	Total cost (\$)
1	1	1	1	1	1	1	1	34000	<b>47950</b>	81950
1	0	1	0	1	0	1	0	20000	48230	68230
1	0	0	1	0	0	1	0	17500	49150	<b>66650</b>
1	0	0	0	1	0	0	0	<b>16000</b>	51790	67790
1	0	0	0	0	1	0	0	16500	56350	72850
1	0	0	0	0	0	1	0	18000	61520	79520
1	0	0	0	0	0	0	1	20500	64790	85290
1	0	0	0	0	0	0	0	20000	66150	86150

TABLE 3.4 – Evaluation of costs for each cyclical PM solution.

Period	Product A				Product B			
	Production	Inventory	Backorder	Set-up	Production	Inventory	Backorder	Set-up
1	22	0	0	1	25	0	0	1
2	21	0	1	1	25	0	0	1
3	23	0	0	1	21	0	1	1
4	22	0	0	1	25	0	1	1
5	22	0	1	1	24	0	0	1
6	23	0	0	1	21	0	1	1
7	20	0	0	1	21	0	0	1
8	20	0	0	1	20	0	0	1

TABLE 3.5 – Optimal production plan when integrating production and cyclical PM.

### Cost reduction by integrating noncyclical PM and production planning

If we remove the periodicity constraint in the PM plan, for 8 periods, there are  $N = 2^7 = 128$  possible PM solutions, represented by the combinations  $(z_1, \dots, z_8)$ , including the 8 periodic combinations represented in Table 3.4. Table 3.6 presents

the combinations  $(z_1, \dots, z_8)$  that optimize the total maintenance cost, the pure total production cost, and the total cost.

Plan	Preventive maintenance vector								Maintenance cost (\$)	Production cost (\$)	Total cost (\$)
	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$z_4$	$z_5$	$z_6$	$z_7$	$z_8$			
Maintenance cost	1	0	0	0	1	0	0	0	<b>16000</b>	51790	67790
Production cost	1	1	0	1	0	0	0	1	21500	<b>47950</b>	69450
Total cost	1	0	0	1	0	0	0	0	16500	49190	<b>65690</b>

TABLE 3.6 – Costs obtained for noncyclical PM

As it shown in Table 3.6, the minimal production cost is obtained for the combination  $(1, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0)$ , and the minimal maintenance cost is obtained for  $(1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0)$ . The total cost associated with each of these plans are, respectively, 69450\$ and 67790\$. However, the total cost of an optimal integrated production and maintenance planning is 65690\$, and it is obtained for the combination  $(1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0)$ . It follows that the integration of noncyclical preventive maintenance and production planning reduces the total cost by 3.2%. The corresponding optimal production plan is given in Table 3.7.

Period	Product A				Product B			
	Production	Inventory	Backorder	Set-up	Production	Inventory	Backorder	Set-up
1	22	0	0	1	25	0	0	1
2	21	0	1	1	25	0	0	1
3	23	0	0	1	21	0	1	1
4	21	0	1	1	26	0	0	1
5	23	0	1	1	23	0	0	1
6	22	0	1	1	22	0	0	1
7	21	0	0	1	21	1	0	1
8	20	0	0	1	19	0	0	1

TABLE 3.7 – Optimal production plan where integrating production and general PM.



### PM periodicity constraint and demand influence

In the previous example, we remark from Tables 3.4 and 3.6 that :

- The optimal maintenance cost is the same for cyclical and noncyclical PM cases. It is equal to 16000\$ and it is obtained for the combination (1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0), which means that the optimal replacement period is 4 months.
- For noncyclical PM policy, the optimal total cost is equal to 65690\$ and it is obtained for the combination (1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0).
- For the cyclical case, the optimal total cost is equal to 66650\$ and it is obtained for the combination (1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0).

The optimal total cost obtained for the general PM policy is then lower than for the cyclical policy. In fact, the removal of the PM periodicity constraint reduces the total cost by 1.5%. This cost reduction is explained by the dissimilarity between the demand tendency, and the nominal capacity generated by the optimal plan with periodicity constraint. As it is illustrated by Figure 3.2, the optimal integrated production and cyclical maintenance plan (1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0) suggests a preventive replacement each 3 months. The nominal capacity associated with this plan is similar to the demand for the first 6 periods, same as the optimal integrated production and noncyclical PM plan (1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0). Starting from the 7<sup>th</sup> period, the preventive replacement imposed by the periodicity constraint makes the nominal capacity associated to the periodic plan dissimilar with the demand, while the nominal capacity associated to the general PM plan is still following the demand. As a result, the cost of the preventive replacement operated at the beginning of the 7<sup>th</sup> period is higher than the cost generated when removing the periodicity constraint, which leads to more inventory and more corrective maintenance.

As it is illustrated by Figure 3.3, for the non integrated plan, the demand is affecting only the pure production optimization via the flow conservation constraint. The optimal total plan can be obtained by first optimizing the maintenance cost (thus no demand influence), then optimizing the pure production plan. The demand influence is higher in the case of integrated production and cyclical PM strategy. In this case, the integration of production and PM planning may lead to a better deal between preventive maintenance and production. Due to the demand tendency, the surplus of maintenance costs may be compensated by a lower production cost. Finally by removing the periodicity constraint, the integration of the preventive maintenance and production planning can generate a better matching between the nominal system capacity and the demand, which may reduce the production costs (less inventory and backorder). In that case, the demand tendency is affecting the production planning, the maintenance planning and also the

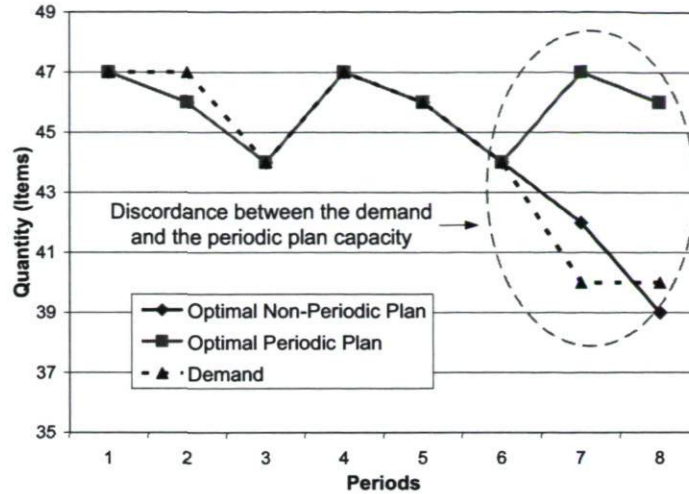


FIGURE 3.2 – Dissimilarity between the demand and the optimal cyclical PM plan capacity.

nominal system capacity (see Figure 3.3).

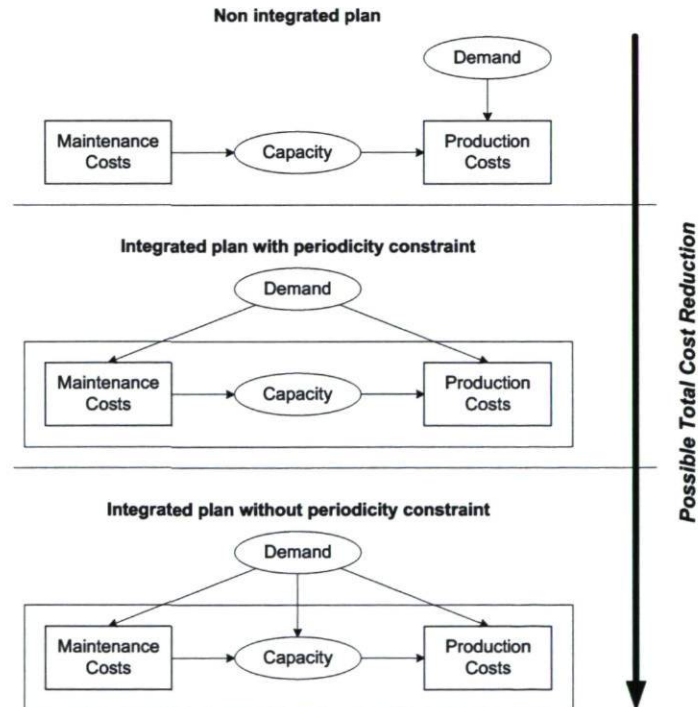


FIGURE 3.3 – Demand influence for the different production and preventive maintenance plans.



### 3.6 Design of experiment

The numerical example presented in the previous section has illustrated that :

- The integration of maintenance and production planning can reduce the total maintenance and production cost ;
- The removal of periodicity constraint is directly affected by the demand fluctuation and can also reduce the total maintenance and production cost.

In order to validate these conclusions, a design of experiment based on the variation of some important parameters is performed. We consider the same single machine problem presented in section 3.5 with 8 planning periods ( $L = 1$  month). The system has to satisfy a monthly two product demand ( $P = 2$ ) with a total capacity of 50 units per month. Production costs  $\pi_{pt}$  and set up costs  $Set_{pt}$  are the same for all periods and for both products and are respectively equivalent to 90\$ and 1000\$. Maintenance times and costs in addition to holding and backorder costs will be considered as the experiment design parameters and will take low, medium and high values as presented in Table 3.8. The component lifetime distribution can be a Weibull distribution with parameters (2,2) or (3,3). The demand for each product  $p$  is assumed to have a stationary mean demand  $\bar{d}_p$ . The period by period demand for each product  $d_{pt}$  is determined from the stationary mean demand with a random fluctuation generated according to a discrete uniform distribution within a fixed interval  $[-\bar{d}_p w, \bar{d}_p w]$ , where  $w \in [0, 1]$  is called the fluctuation parameter. Consequently, the period-by-period demand for each product  $d_{pt}$  will be generated randomly from the interval  $[(1 - w)\bar{d}_p, (1 + w)\bar{d}_p]$ .

Parameters	Values		
	Low	Medium	High
$CPR$ (\$)	4000	6000	8000
$CMR$ (\$)	500	1000	2000
$TPR$ (month)	0.02	0.05	0.07
$TMR$ (month)	0.05	0.07	0.09
$h_{pt}, p = 1, 2$ (\$)	40	60	80
$h_{pt}, p = 1, 2$ (\$)	150	200	250

TABLE 3.8 – Experiment design parameters.

The experiment design realization is divided into two parts. For the first part, 6 trials are performed where each trial is featured by the fluctuation parameter  $w$ , chosen from the set  $\{0.05, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25, 0.30\}$ . Problems with all combinations of parameters in Table 3.8 are solved for both Weibull (2,2) and Weibull (3,3) system lifetime distributions which make a total of 1458 maintenance and production planning problem to solve for each trial. In all these problems, the demand is generated randomly according to the methodology described previously with a stationary demand  $\bar{d}_t = 23$  and a fluctuation parameter  $w$ .

In order to evaluate the obtained results, for each trial we define  $N_1$  as the percentage of problems where the integration of maintenance and production planning reduces the total maintenance and production cost.  $N_2$  is the total percentage of problems where the optimal solution suggests a non periodic planning (regardless if we obtained a gain with integration or not).  $N_3$  is defined as the percentage of the number of problems where the optimal solution proposes a non periodic maintenance planning and the integration of maintenance and production planning generates a total cost reduction.

The experiment results presented in Table 3.9 shows that, when the demand is subject to more fluctuations, the number of problems where the integration proposes a total cost reduction ( $N_1$ ) increases, as well as the number of problems where the optimal solution suggests a non-periodic maintenance plan ( $N_2$  and  $N_3$ ).

Trials	Total solved problems	$w$	Mean stationary demand		$N_1$ (%)	$N_2$ (%)	$N_3$ (%)
			$\bar{d}_1$	$\bar{d}_2$			
1	1458	0.05	23	23	31.82	19.82	35.99
2	1458	0.10	23	23	35.39	24.07	48.26
3	1458	0.15	23	23	38.82	28.81	58.83
4	1458	0.20	23	23	41.70	31.39	62.83
5	1458	0.25	23	23	43.07	34.91	67.20
6	1458	0.30	23	23	44.31	37.11	70.43

TABLE 3.9 – Experiment design results for a fixed stationary mean demand and different values of the demand fluctuation parameter.

For the second part of the experiment design, 3 trials are realized where, for each trial, the mean stationary demand  $\bar{d}_p$  is chosen from the set  $\{23, 24, 25\}$  with a constant fluctuation parameter  $w = 0.10$ . The period-by-period demand is generated randomly



according the same methodology described previously. The experiment results, presented in Table 3.10, indicate that  $N_1$ ,  $N_2$  and  $N_3$  increase when the mean stationary demand is getting closer to the system nominal capacity  $g = 50$  (25 unit per month for each product). For  $\bar{d}_p = 25$ , more than 80% of problems generate a total cost reduction through the maintenance and production planning integration. Almost all the integrated problems (97%) suggest a non periodic maintenance plan.

Trials	Total solved problems	$w$	Mean stationary demand		$N_1$ (%)	$N_2$ (%)	$N_3$ (%)
			$\bar{d}_1$	$\bar{d}_2$			
7	1458	0.10	23	23	35.39	24.07	48.26
8	1458	0.10	24	24	61.80	61.59	89.46
9	1458	0.10	25	25	80.04	85.53	97.34

TABLE 3.10 – Experiment design results for different stationary mean demand with a fixed fluctuation parameter.

Note also that, for all the 9 trials presented in Tables 3.9 and 3.10 with over 11 000 problems executed, the mean solution time per problem is 3.83 seconds using MATLAB and a 2.33 GHz processor. For problems where the integration of maintenance and production planning generates a total cost reduction, the average cost reduction is around 5.87%.

The experiment design presented in this section confirms the observations made from the illustrative example in section 3.5. The demand variation affects both production and maintenance planning and the integration of maintenance and production planning activities can obtain a better deal in order to reduce the total maintenance and production costs. The removal of periodicity constraint for the maintenance plan affects the system capacity which can fit more with the demand fluctuation.

### 3.7 Conclusion

In this paper, we developed a model for planning production and noncyclical preventive maintenance simultaneously for a single machine, subjected to random failures and minimal repairs. A non linear mixed programming model was developed in order to minimize the production and the maintenance costs. The integrated problem was solved by comparing the results of several multi-product capacitated lot-sizing problems. The

present contribution extends our previous work (Nourelfath et al., 2010) by taking into account the possibility of noncyclical PM. The present model is then more general, in the sense that it relaxes the cyclic restriction. This relaxation is important at least for two reasons. First, in many practical situations additional constraints, such as limited size and number of maintenance crews combined with the productivity requirement, can make it difficult to implement a cyclical preventive maintenance strategy. Second, noncyclical preventive maintenance can be advantageously used when the demand to be satisfied varies considerably from one period to another. The value of using noncyclical preventive maintenance was illustrated through a numerical example. It was shown that the removal of the periodicity constraint of the preventive maintenance policy allowed for more cost reduction. This is due to the similarity between the capacity generated by the noncyclical PM plan and the demand tendency. Our design of experiments has shown that the integration of maintenance and production planning can reduce the total maintenance and production cost ; and the removal of periodicity constraint is directly affected by the demand fluctuation and can also reduce the total maintenance and production cost. The production system was modeled as a single machine. An extension of the proposed model to the case of multiple machines, while considering noncyclical PM and dependencies, is currently under investigation.

## Acknowledgements

The authors would like to thank the editor, and the anonymous referees for their constructive comments and recommendations which have significantly improved the presentation of this paper. They would like to thank also the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada (NSERC) for financial support.

## Bibliographie

- Aghezzaf, E., Jamali, M., Ait-Kadi, D., 2007. An integrated production and preventive maintenance planning model. *European Journal of Operational Research* 181, 679–685.
- Aghezzaf, E., Sitompul, C., Najid, N., 2008. Integrated production planning and preventive maintenance in deteriorating production systems. *Information Sciences* 178, 3382–3392.
- Argoneto, P., Perrone, G., Paolo Renna, P., Lo Nigro, G., Bruccoleri, M., 2008. Production



- Planning in Production Networks : Models for Medium and Short-term Planning. Springer-Verlag.
- Ashayeri, J., Teelen, A., Selen, W., 1995. A production model and maintenance planning model for the process industry. *International Journal of Production Research* 34 (12), 3311–3326.
- Berrichi, A., Yalaoui, F., Amoedo, L., Mezghiche, M., 2010. Bi-objective ant colony optimization approach to optimize production and maintenance scheduling. *Computer and Operations Research* 37, 1584–1596.
- Budai, G., Dekker, R., Nicolai, R., 2006. A review of planning models for maintenance and production. Report, Economic Institute, Erasmus University Rotterdam.
- Cassady, C., Kutangolu, E., 2005. Integrating preventive maintenance planning and production scheduling for a single machine. *IEEE Transaction on Reliability* 54 (2), 304–310.
- Chelbi, A., Rezg, N., Radhoui, M., 2008. Simultaneous determination of production lot size and preventive maintenance schedule for unreliable production system. *Journal of Quality in Maintenance Engineering* 14 (2), 161–176.
- Chung, S., Lau, H., Ho, G., Ip, W., 2009. Optimization of system reliability in multi-factory networks by maintenance approach. *Expert Systems with Applications* 36, 10188–10196.
- Garg, A., Deshmukh, S., 2006. Maintenance management : literature review and directions. *Journal of Quality in Maintenance* 12 (3), 205–238.
- Grigorieva, A., Van de Klundertb, J., Spieksmac, F., 2006. Modeling and solving the periodic maintenance problem. *European Journal of Operational Research* 172 (3), 783–797.
- Jin, X., Li, L., Ni, J., 2009. Option model for joint production and preventive maintenance system. *International Journal of Production Economics* 119, 347–353.
- Levitin, G., Lisnianski, A., 2000. Optimization of imperfect preventive maintenance for multi state systems. *Reliability Engineering and System Safety* 67 (2), 193–203.
- Nourelfath, M., Fitouhi, M., Machani, M., 2010. An integrated model for production and preventive maintenance planning in multi-state systems. *IEEE Transaction on Reliability* 59 (3), 496–506.
- Song, D., 2009. Production and preventive maintenance control in a stochastic manufacturing system. *International Journal of Production Economics* 119 (1), 101–111.

- Sortrakul, N., Nachtmann, C., Cassady, C., 2005. Genetic algorithms for integrated preventive maintenance planning and production scheduling for a single machine. *Computers in Industry* 56 (2), 161–168.
- Weinstein, L., Chung, C., 1999. Integrating maintenance and production decisions in a hierarchical production planning environment. *Computer and Operations Research* 26 (10-11), 1059–1074.
- Yao, X., Fernandez, E., Fu, M., Marcus, S., 2004. Optimal preventive maintenance scheduling in semiconductor manufacturing. *IEEE Transaction on Semiconductor Manufacturing* 17 (3), 245–356.



## Chapitre 4

# Integrating noncyclical preventive maintenance scheduling and production planning for multi-state systems

L'article intitulé "*Integrating noncyclical preventive maintenance scheduling and production planning for multi-state systems*" est inséré dans ce chapitre. Il a été soumis en Décembre 2011 au journal "*Reliability Engineering and System Safety*". La version présentée dans ce chapitre est identique à la version soumise au journal.

## Résumé

Cet article traite la problématique de la planification intégrée de la maintenance préventive et le niveau tactique de la production pour les systèmes multi-états. La stratégie de maintenance proposée suggère un remplacement préventif des composantes du système multi-états et une réparation minimale à la panne. Le modèle détermine simultanément les instants d'intervention pour maintenance préventive pour chaque composante ainsi que le plan optimal de production. Il s'agit d'intégrer les décisions relatives à la planification de la maintenance et de la production afin de réduire le coût de maintenance préventives, correctives et les coûts de production. La résolution du modèle considère une recherche exhaustive des problèmes de taille de lot capacitaires relatifs à toutes les stratégies de maintenance. Pour les problèmes de grande taille, une heuristique basée sur l'algorithme du recuit simulé est développée pour réduire le temps d'exécution. Des exemples numériques sont présentés afin d'illustrer les deux méthodes de résolution.

## Abstract

This paper integrates noncyclical preventive maintenance with tactical production planning in multi-state systems. The maintenance policy suggests noncyclical preventive replacements of components, and a minimal repair on failed components. The model gives simultaneously the appropriate instants for preventive maintenance, and production planning decisions. It determines an integrated lot-sizing and preventive maintenance strategy of the system that will minimize the sum of preventive and corrective maintenance costs, setup costs, holding costs, backorder costs, and production costs, while satisfying the demand for all products over the entire horizon. The model is first solved by comparing the results of several multi-product capacitated lot-sizing problems. Then, for large-size problems, a simulated annealing algorithm is developed and illustrated through numerical experiments.



## 4.1 Introduction

Maintenance scheduling, and production planning are two important activities which, can significantly contribute for a better business management in industry. These activities are directly operating on the same resources and equipments. Due to the difference between maintenance and production purposes, their relationship has been considered as mutually in conflict, especially if the production and maintenance planning are made separately. According to Berrichi et al. (2009), the conflicts may result in an unsatisfied demand in production, due to equipment unavailability if the production service does not respect the time needed for maintenance activities. The integration of maintenance and planning activities can avoid conflicts. In (Aghezzaf et al., 2008a) and (Chung et al., 2009), the authors have shown the benefits of integrating maintenance and production planning. Communication and collaboration between the two departments are the main keys to make a successful planning in production systems.

Many research related to integrated production and maintenance planning can be found in the literature, especially during the last few years. In these integrated models, it is considered that the beginning times of preventive maintenance tasks are decision variables, as well as production jobs, and both (maintenance and production) are jointly scheduled (Berrichi et al., 2009). Budai et al. (2006) classified these problems into four categories : high level models, the economic manufacturing quantity models, models of production systems with buffers, and production/maintenance optimization models. In the last category, where our work is situated, many problems were presented in the literature. Most of these models aim to optimize a combination of maintenance and/or production costs, production makespan or system availability (or unavailability). Berrichi et al. (2009) suggested a model minimizing, simultaneously, the makespan for production and the system unavailability for systems with parallel machines. The model was solved by genetic algorithms. Berrichi et al. (2010) improved the obtained results by using an ant colony algorithm. Ben Ali et al. (2011) studied a job-shop scheduling problem under periodic unavailability periods for maintenance tasks. The problem was solved by developing an elitist multi-objective genetic algorithm minimizing makespan and total maintenance cost. Chung et al. (2009) presented a model optimizing also the production makespan, with a reliability option based on the acceptability function for multi-factory networks. The maintenance strategy is suggested for both perfect and imperfect maintenance policies. A bi-objective optimization model minimizing simultaneously the production makespan and the system unavailability is considered by Moradi et al. (2011), where production decisions assign the appropriate  $n$  jobs to  $m$  machines and maintenance decisions determine the instants of PM activities. Pan et al. (2010) suggested an integrated scheduling model incorporating both production



scheduling and preventive maintenance planning for a single machine in order to minimize the maximum weighted tardiness. Cassady and Kutangolu (2005) and Sortrakul et al. (2005) proposed an integrated maintenance planning and production scheduling models for a single machine minimizing the total weighted expected completion time to find the optimal PM actions and job sequence. Yu-Lan et al. (2009) extended these researches where PM actions can be performed under flexible interval (instead of equal intervals) which leads to more efficient solutions. Jin et al. (2009) presented a model determining the optimal number of preventive maintenance activities in order to maximize the average profit under uncertain demand by using the financial "option" approach. A mathematical model for a single unit determining simultaneously the optimal value of lot size and the optimal preventive replacement interval with non-conformity constraints is suggested by Chelbi et al. (2008). Hajej et al. (2011) investigated stochastic production planning and maintenance scheduling problem for a single product and single machine production system with subcontracting constraints. Ashayeri et al. (1995) proposed a model optimizing total maintenance and production costs in discrete multi-machine environment with deterministic demand. Weinstein and Chung (1999) worked on an integrated production and maintenance planning model in a hierarchical environment, where decisions about maintenance and production planning are made in aggregate and disaggregate levels. Coudert et al. (2002) used multi-agent paradigm and fuzzy logic for a cooperative production/maintenance scheduling to avoid conflict. A simulation-based approach is presented by Benmansour et al. (2011) for a joint production and preventive maintenance planning for a failure-prone machine in just-in-time context. Aghezzaf et al. (2008a) proposed a mixed non-linear periodic maintenance and production planning model, and a mixed linear model for general preventive maintenance and production planning problem. Both models are solved with an approximate algorithm based on Lagrangian decomposition. Najid et al. (2011) extended these researches and suggested an integrated model where preventive maintenance actions are planned in time windows and demand shortage is allowed when capacity is not sufficient to meet all demand. A hierarchical general (non cyclic) is developed by Sitompul and Aghezzaf (2011). The authors integrated preventive maintenance activities into the aggregate planing, while corrective maintenance and uncertainty due to machine breakdowns are tackled in the detailed level planning.

All the above mentioned papers consider that the production system may experience only two performance levels (perfect functioning or complete failure). In a recent contribution (Nourelfath et al., 2010), we presented an integrated production and cyclical preventive maintenance (PM) planning model for multi-state systems. Unlike the existing papers, this contribution consider that the production system may experience a range of performance levels from perfect functioning to complete failure, which is more realistic. In Fitouhi and Nourelfath (2010), we have extended our previous work (*i.e.*



Nourelfath et al. (2010)) to noncyclical PM for a single machine. The present paper proposes an integrated model for noncyclical PM and tactical production planning for multi-state systems. The model suggests a maintenance policy for each component where maintenance actions can be carried out at the beginning or inside any production planning period.

This new model will be first solved by comparing the results of several multi-product capacitated lot-sizing problems. Then, for large-size problems, a simulated annealing algorithm will be developed. Simulated Annealing (SA) has been applied to many production and maintenance planning problems. The SA performs in combinatorial optimization due to the use of analogous cooling operation for transforming a poor, unordered solution into an ordered and desirable solution, which can optimize the objective function (Tang, 2004). SA can contribute to solve large scale problems with good quality in a reasonable computing time (Raza and Al-Turki, 2007). For production planning research area, Teghem et al. (1995) used SA algorithm in order to solve a mixed linear integer production planning for a book cover printing process. An adaptation of SA algorithms in project scheduling with limited resource was presented in Bouleimen and Lecocq (2003). Loukil et al. (2007) proposed a SA algorithm to solve a production scheduling problem for flexible job-shop with batch production and process constraints. Shan et al. (2009) improved the efficiency of solution research for a production assembly sequence by combining genetic algorithms (GA) and SA approaches. Tang (2004) applied the SA approach for a lot sizing problem to determine the optimal binary lot-sizing matrix decision. In maintenance planning, Leou (2006) used the SA combined with GA for solving a maintenance scheduling problem optimizing reliability and operation cost. In Raza and Al-Turki (2007), the authors have shown, through a large scale comparative study, the efficiency and the performance of SA approach for a maintenance scheduling problem minimizing total makespan. These successful implementations of SA algorithms for production and maintenance planning problems, have motivated the proposed SA approach to solve the formulated optimization problem when the studied examples are large.

This paper is organized as follows. The next Section presents the mathematical model, and its characteristics. Section 4.3 explains the maintenance policy, and methodology used to estimate the model parameters. An exhaustive search method and a simulated annealing approach are presented in Section 4.4 to solve the proposed integrated production and maintenance planning model. A numerical example is presented in Section 4.5, which is solved with both solution methods. The proposed model is extended in Section 4.6. Finally, conclusions are given in Section 4.7.

## 4.2 The mathematical model

### 4.2.1 Problem description

Let consider a production system containing a set of machines (called components) arranged according to a given configuration. We use a generic MSS model that may represent any configuration, *e.g.* series, parallel, series-parallel (Weinstein and Chung, 1999; Nourelfath et al., 2010; Fitouhi and Nourelfath, 2010; Tang, 2004; Raza and Al-Turki, 2007), networks, etc. We assume that the states of the components are binary (*i.e.*, either good or failed). Each two-state component  $j$  ( $1 \leq j \leq n$ ) is characterized by its own nominal performance rate  $G_j$ . The production system is consequently considered as a multi-state system (MSS) with a finite number  $K$  of production rates  $g_k$  ( $k = 1, 2, \dots, K$ ). To each production rate corresponds a state  $k$  with  $p_k$  is the steady-state probability of the MSS state. The system may produce (at different production rates) a set of products  $P$  during a given planning horizon  $H$  including  $T$  periods. Each period  $t$  ( $t = 1, \dots, T$ ) has a fixed length  $L$ . For each product  $p \in P$  a demand  $d_{pt}$  is to be satisfied at the end of period  $t$ . Planned preventive maintenance and unplanned corrective maintenance can be performed on each component of the MSS. The maintenance policy suggests preventive, cyclic or not cyclic, replacements (PR) of components. Furthermore, a minimal repair (MR) is carried out whenever an unplanned component failure occurs. For each component  $j$  is associated preventive and corrective maintenance times and costs, in addition of its expected number of failures/repairs in the time interval  $[0, t]$ , denoted by  $M_j(t)$ . The expected maintenance cost (denoted by  $CM$ ) during the planning horizon is the sum of preventive and corrective maintenance costs. The available production capacity of the MSS during a period  $t$  (denoted by  $G_{MSS}^t$ ) is measured by its average global production rate during this period (*i.e.*, number of produced items per time unit).

### 4.2.2 Additional parameters

$h_{pt}$	inventory holding cost per unit of product $p$ by the end of period $t$
$b_{pt}$	backorder cost (lost opportunity and goodwill) per unit of product $p$ by the end of period $t$
$Set_{pt}$	fixed set-up cost of producing product $p$ in period $t$
$\pi_{pt}$	cost of producing one unit of product $p$ in period $t$



- CPR**  $n \times n$  preventive replacement cost diagonal matrix, where  $CPR_j$  ( $j = 1, \dots, n$ ) is the preventive replacement cost for the component  $j$
- CMR**  $n \times n$  minimal repair cost diagonal matrix, where  $CMR_j$  ( $j = 1, \dots, n$ ) is the minimal repair cost for the component  $j$
- TPR**  $n \times n$  preventive replacement time diagonal matrix, where  $TPR_j$  ( $j = 1, \dots, n$ ) is the preventive replacement time for the component  $j$
- TMR**  $n \times n$  minimal repair time diagonal matrix, where  $TMR_j$  ( $j = 1, \dots, n$ ) is the minimal repair time for the component  $j$ .

### 4.2.3 Decision variables

- $x_{pt}$  quantity of product  $p$  to be produced in period  $t$
- $I_{pt}$  inventory level of product  $p$  at the end of period  $t$
- $B_{pt}$  backorder level of product  $p$  at the end of period  $t$
- $y_{pt}$  binary variable, which is equal to 1 if the set-up of product  $p$  occurs at the end of period  $t$ , and 0 otherwise
- Z** binary matrix representing system preventive replacement policy. Each element's matrix is equal to 1 if PM actions is carried out, and 0 otherwise

### 4.2.4 The model

Minimize :

$$CT = \sum_{p \in P} \sum_{t=1}^T \left( h_{pt} I_{pt} + b_{pt} B_{pt} + \pi_{pt} x_{pt} + Set_{pt} y_{pt} \right) + CM(\mathbf{Z}) \quad (4.1)$$

Subject to

$$x_{pt} - I_{pt} + I_{p(t-1)} + B_{pt} - B_{p(t-1)} = d_{pt}, \quad p \in P \text{ and } t = 1, \dots, T, \quad (4.2)$$

$$x_{pt} \leq \left( \sum_{q \geq t} d_{pq} \right) y_{pt}, \quad p \in P \text{ and } t = 1, \dots, T, \quad (4.3)$$

$$\sum_{p \in P} x_{pt} \leq G_{MSS}^t L, \quad t = 1, \dots, T, \quad (4.4)$$

$$x_{pt}, I_{pt} \text{ and } B_{pt} \text{ integer} \quad p \in P \text{ and } t = 1, \dots, T, \quad (4.5)$$

$$y_{pt} \text{ binary} \quad p \in P \text{ and } t = 1, \dots, T, \quad (4.6)$$

$$\mathbf{Z} \text{ binary matrix.} \quad (4.7)$$

The objective function (4.1) is a non linear cost minimization equation. It consists of a total holding cost, a backorder cost (backlogs are allowed), a total production cost, a total set-up cost, and a total maintenance cost  $CM(\mathbf{Z})$ .

The first constraint (4.2) relates inventory or backorder at the start and the end of period  $t$  to the production and demand in that period. There is no optimal solution where  $I_{pt} > 0$  and  $B_{pt} > 0$  simultaneously, since the objective function can be improved by decreasing both  $I_{pt}$  and  $B_{pt}$  until one becomes zero. Equation (4.2) ensures simply that the sum of inventory (or backorder) of product  $p$  at the end of period  $t$  is equal to its inventory (or backorder) in the previous period plus the total production of that product in that period, minus the product demand for that period. The second constraint (4.3) forces  $x_{pt} = 0$  if  $y_{pt} = 0$  and frees  $x_{pt} \geq 0$  if  $y_{pt} = 1$ . In equation (4.3), the quantity  $\left( \sum_{q \geq t} d_{pq} \right)$  is an upper bound of  $x_{pt}$ . Equations (4.4) correspond to the available production capacity constraint. Finally, the constraint (4.5 - 4.7) shows the non-negativity and the binary aspect of the decision variables.

As in the above model (given by equations 4.1 - 4.7), the values of  $CM(\mathbf{Z})$  and  $G_{MSS}^t(\mathbf{Z})$  has to be calculated, a method to estimate these values will be presented in the next section.

### 4.3 Evaluation of $CM(\mathbf{Z})$ and $G_{MSS}^t(\mathbf{Z})$

The evaluation of the total maintenance cost and the MSS capacity is related to the maintenance policy applied to the production system. Each production planning



period  $t$  ( $t = 1, \dots, T$ ) has a fixed length  $L$ , which is divided into  $S$  equal sub-periods  $\tau^{ts}$  ( $s = 1, \dots, S$ ) called maintenance planning period where :

$$\tau^{ts} = \frac{L}{S} = \tau, \quad t = 1, \dots, T, \text{ and } s = 1, \dots, S. \quad (4.8)$$

For each component  $j$ , a preventive replacement can be carried out at the beginning of each maintenance period  $\tau^{ts}$  ( $t = 1, \dots, T$  and  $s = 1, \dots, S$ ) according to "as good as new" policy. For unplanned failure, a corrective maintenance is performed according to the minimal repair policy as it is shown in Figure 4.1.

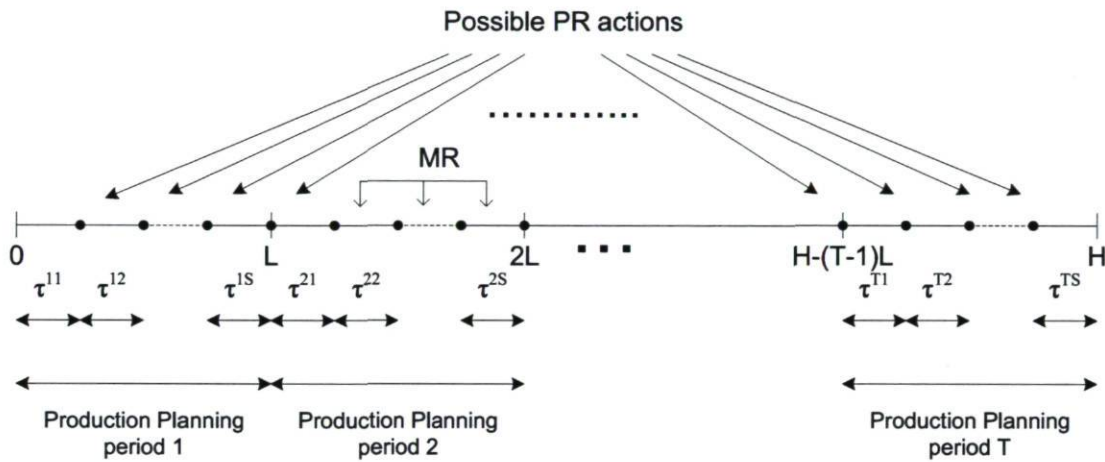


FIGURE 4.1 – Maintenance policy for a component  $j$  of the MSS

In order to represent the maintenance policy, we define the maintenance policy matrix  $\mathbf{Z} = (z_j^{ts})_{n \times TS}$  where  $z_j^{ts}$  is a binary variable equal to 1 if a PR is carried out on the component  $j$  at the beginning of the maintenance planning period  $\tau^{ts}$ , and 0 otherwise. For each component  $j$  we have  $T \times S$  decision variables  $z_j^{ts}$  corresponding to all possible PR action that can be carried out at the beginning of each maintenance planning period  $\tau^{ts}$  ( $t = 1, \dots, T$  and  $s = 1, \dots, S$ ) as it is shown in Figure 4.2.

Figure 4.3 presents an example of the maintenance policy matrix  $\mathbf{Z}$  for a system with 4 components, 5 production planning periods and 2 maintenance planning sub-periods. For component 4 for example, a PR action is performed at the beginning of the first and the fifth maintenance planning periods (first sub-period of the first production planning period and the second sub-period of the third production planning period).

We define the age matrix  $\mathbf{AG}(\mathbf{Z}) = (a_j^{ts})_{n \times TS}$  obtained from the maintenance policy matrix  $\mathbf{Z}$ . The age matrix represents the effective age of each component  $j$  at the

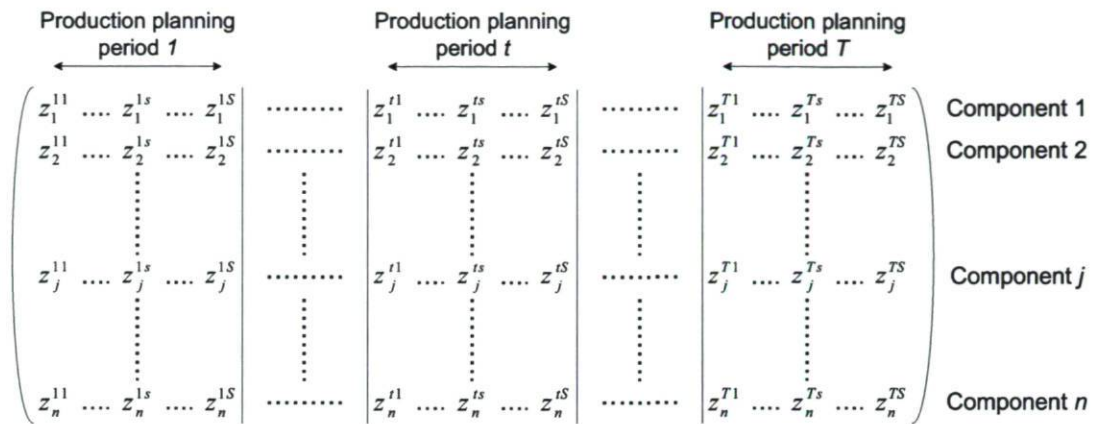


FIGURE 4.2 – Structure of the Maintenance Policy matrix

	Period 1		Period 2		Period 3		Period 4		Period 5		
	$\tau^{11}$	$\tau^{12}$	$\tau^{21}$	$\tau^{22}$	$\tau^{31}$	$\tau^{32}$	$\tau^{41}$	$\tau^{42}$	$\tau^{51}$	$\tau^{52}$	
Component 1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	
Component 2	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	
Component 3	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	
Component 4	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	

FIGURE 4.3 – Example of the maintenance policy matrix for  $n = 4$ ,  $T = 5$  and  $S = 2$



beginning of each maintenance planning period. The effective component age takes into consideration the instant of the previous PR and the length of the maintenance planning period according to the following equation :

$$a_j^{ts} = \begin{cases} (1 - z_j^{ts}) & \text{if } j = 1, \dots, n, t = 1, s = 1, \\ (1 - z_j^{ts})(z_j^{t(s-1)} + \tau) & \text{for } j = 1, \dots, n, t = 1, \dots, T, s = 2, \dots, S, \\ (1 - z_j^{ts})(z_j^{(t-1)S} + \tau) & \text{for } j = 1, \dots, n, t = 2, \dots, T, s = S. \end{cases} \quad (4.9)$$

Trough the age matrix  $\mathbf{AG}(\mathbf{Z})_{n \times TS}$  we introduce the matrix  $\mathbf{M}(\mathbf{AG}(\mathbf{Z})) = (M_j^{ts})_{n \times TS}$ , which represents the expected number of failures. It is denoted  $\mathbf{M}(\mathbf{Z}) = (M_j^{ts})_{n \times TS}$ , and defined according to the non-homogenous Poisson process by :

$$\int_{a_j^{ts}}^{a_j^{ts} + \tau} r_j(x) dx, \quad \text{for } j = 1, \dots, n, t = 1, \dots, T \text{ and } s = 1, \dots, S, \quad (4.10)$$

where  $r_j(\cdot)$  is the hazard function of the component  $j$  computed from the life time distribution  $f_j(\cdot)$ . The matrix  $\mathbf{M}$  gives the average number of renewals for each component during all the maintenance planning periods. Therefore, total maintenance cost  $CM(\mathbf{Z})$  is the summation, for all components, of PR costs given by the matrix  $\mathbf{CPR}$  and the maintenance policy matrix  $\mathbf{Z}$ , with the MR costs given by the MR cost matrix  $\mathbf{CMR}$  and the renewal matrix  $\mathbf{M}(\mathbf{Z})$ . The total maintenance cost is :

$$CM(\mathbf{Z}) = \|\mathbf{CPR} \times \mathbf{Z} + \mathbf{CMR} \times \mathbf{M}(\mathbf{Z})\| = \sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^T \sum_{s=1}^S (CPR_j z_j^{ts} + CMR_j M_j^{ts}), \quad (4.11)$$

where  $\|\cdot\|$  is the matrix norm defined by the summation of the absolute value of all its components.

Based on the same principle, for each component  $j$ , we can obtain the availability  $A_j^{ts}$  during each maintenance planning period  $\tau^{ts}$  ( $t = 1, \dots, T$  and  $s = 1, \dots, S$ ) according to the equation :

$$A_j^{ts} = \frac{\tau^{ts} - z_j^{ts} TPR_j - M_j^{ts} TMR_j}{\tau^{ts}}, \quad 1 \leq j \leq n, 1 \leq t \leq T \text{ and } 1 \leq s \leq S. \quad (4.12)$$

However, to estimate the capacity  $G_{MSS}^t$ , we need to evaluate the availability of each component  $j$  ( $j = 1, \dots, n$ ) during the production planning period (and not the maintenance planning period). In order to reduce the planning scale from the maintenance planning to the production planning scale (change matrix dimension from  $TS$  to  $T$ ), we introduce the bloc diagonal scale reduction matrix  $\mathbf{Q} = (q_{ts}^i)_{TS \times T}$  where  $q_{ts}^i$  ( $t = 1, \dots, T$ ,  $s = 1, \dots, S$  and  $i = 1, \dots, T$ ) is a binary variable equal to 1 if  $t = i$  and 0 otherwise as it is illustrated in the example in Figure 4.4. Consequently, the availability matrix  $\mathbf{A} = (A_j^t)_{n \times T}$  can be defined by using the matrix  $\mathbf{Q}$ , the time matrix  $\mathbf{TPR}$  and  $\mathbf{TMR}$ , the maintenance policy matrix  $\mathbf{Z}$  and the renewal matrix  $\mathbf{M}$  according to the equation :

$$(A_j^t)_{n \times T} = \frac{[L(\mathbf{1})_{n \times T} - \mathbf{TPR}_{n \times n} \mathbf{Z}_{n \times ST} \mathbf{Q}_{ST \times T} - \mathbf{TMR}_{n \times n} \mathbf{M}(\mathbf{Z})_{n \times ST} \mathbf{Q}_{ST \times T}]}{L}, \quad (4.13)$$

where :

$$A_j^t = \frac{L - \sum_{s=1}^S (z_j^{ts} TPR_j + M_j^{ts} TMR_j)}{L}, \quad j = 1, \dots, n \text{ and } t = 1, \dots, T, \quad (4.14)$$

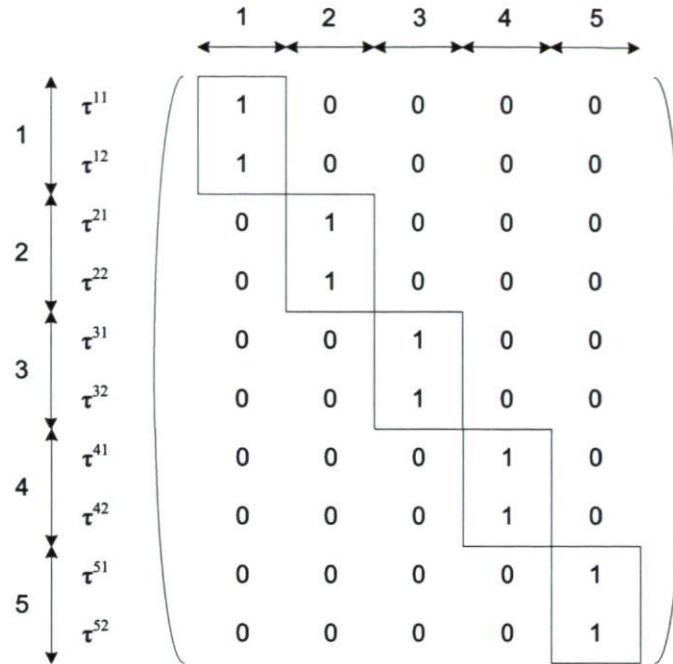
and  $(\mathbf{1})_{n \times T}$  is the  $n \times T$  matrix where all its elements are equal to 1.

As it is mentioned previously, each component  $j$  is considered as a 2-state system functioning in perfect state with a production rate  $G_j$  or in complete failure state. For each period  $t$ , the probabilities associated to the 2 states  $\{0, G_j\}$  for each component  $j$  can be defined by :

$$\mathbf{p}_j^t = \{(1 - A_j^t), A_j^t\}, \quad j = 1, \dots, n \text{ and } t = 1, \dots, T. \quad (4.15)$$

By using the probability distribution  $\mathbf{p}_j^t$  and, depending on the system structure, it is possible to estimate the MSS capacity  $G_{MSS}^t$  for each period  $t = 1, \dots, T$  according to the MSS reliability theory (Lisnianski and Levitin, 2003).




 FIGURE 4.4 – Scale reduction matrix  $\mathbf{Q}$  for  $n = 4$ ,  $T = 5$  and  $S = 2$ 

## 4.4 Solution method

The model (4.1) - (4.7) is considered as an integer non linear model. The decision variables are the maintenance policy matrix  $\mathbf{Z}$  in one hand and, for each period  $t$  ( $t = 1, \dots, T$ ) and each product  $p \in P$ , the production, inventory backorder and set up variables  $x_{pt}$ ,  $I_{pt}$ ,  $B_{pt}$  and  $y_{pt}$ , respectively, in another hand. However, for each maintenance policy matrix  $\mathbf{Z}$ , through the estimation of model parameters  $CM(\mathbf{Z})$  and  $G_{MSS}t$  ( $t = 1, \dots, T$ ) according to the methodology used in the previous section, the model (4.1) - (4.7) can be considered as an integer linear lot sizing problem.

Consequently, two solution methods will be developed : the Exhaustive Search method (ES) and the Simulated Annealing algorithm (SA). Both methods are based on the same principle which is fixing the maintenance policy matrix  $\mathbf{Z}$ , computing the parameters  $CM(\mathbf{Z})$  and  $G_{MSS}t$  ( $t = 1, \dots, T$ ) and solving the integer linear lot-sizing problem by using the MATLAB solver. Nevertheless, the difference between these two models consists on the choice of the maintenance policy matrix  $\mathbf{Z}$ .

### 4.4.1 Exhaustive Search method

This method is similar to the solution method used in (Fitouhi and Noureifath, 2010). The ER method consists of enumerating all possible combinations of the maintenance policy matrix  $\mathbf{Z}$ , then computing their relative parameters  $CM(\mathbf{Z})$  and  $G_{MSS}^t$  ( $t = 1, \dots, T$ ) and finally solving all possible lot sizing problems in order to select the best solution. The number lot sizing problem to solve is corresponding to the number of possible combination  $N$  of the maintenance policy matrix  $\mathbf{Z}$  which depends on the number of periods  $T$ , the sub-period  $S$  and the number of components  $n$  according to the equation :

$$N = 2^{n(ST-1)}. \quad (4.16)$$

The guarantee to obtain the optimal solution is the main advantage of this method. However, it can be only applied to small problems. In fact, the number of possible combination of the maintenance policy matrix  $\mathbf{Z}$  increases exponentially if  $n$ ,  $S$  or  $T$  increases according to the previous equation. For example, for a production system with 5 components, 4 periods and 2 sub-periods, the number of possible combination of the maintenance policy matrix  $\mathbf{Z}$  is around  $10^{10}$  possibility which, using a 2.33 GHz processor, should take more than 8 years to be solved. Consequently, in order to solve that kind of problems, the simulated annealing heuristic is developed in the next section.

### 4.4.2 Simulated Annealing Algorithm

The Simulated Annealing (SA) is an optimization technique for combinatorial problems introduced by Kirkpatrick et al. (1983) and based on principles of the thermodynamics annealing in solid. Starting from an initial feasible solution, the SA algorithm defines a move set that allows the choice of another possible solution form the neighbourhood, under a cooling process of the temperature  $T_e$ . The moving process is in general a random process. The value of the objective function  $E'$  is then evaluated and compared to the objective function  $E$  obtained by the previous solution. If the movement improves the objective function, the new solution is taken ; else the loss of energy  $\Delta E = \exp(-\frac{E-E'}{T_e})$  is compared to  $p$  which is a random value from the interval  $]0, 1[$ . If  $p < \Delta E$  the solution is selected else, it is rejected. The temperature  $T_e$  is decreasing from a maximal temperature  $T_{max}$  to a minimal temperature  $T_{min}$  by following a cooling schedule. Many criteria can be chosen to stop the SA algorithm such as reaching the minimal temperature, maximal number of iterations, maximal number of unchanged



solutions, etc.

SA algorithm is applied in this section to solve the model (4.1) - (4.7). The initial solution  $\mathbf{Z}$  used in our case will be the no preventive maintenance policy ( $z_j^{ts} = 0$   $j = 1, \dots, n, t = 1, \dots, T, s = 1, \dots, S$  except for  $z_j^{11} = 1$ ). The move set is defined by a random change from the current solution where one or many elements will be randomly selected from the maintenance policy matrix  $\mathbf{Z}$  and will be changed from 0 to 1 or vice versa as it is shown in the example in Figure 4.5.

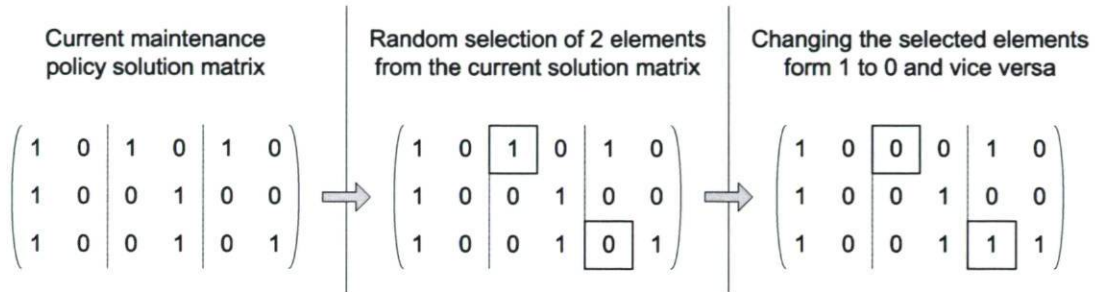


FIGURE 4.5 – Example of neighbourhood move for a production system with  $n = 3$ ,  $T = 3$  and  $S = 2$

The model parameters  $CM(\mathbf{Z})$  and  $G_{MSS}^t$  ( $t = 1, \dots, T$ ) are computed and the integer linear lot-sizing problem relative to the new maintenance policy matrix  $\mathbf{Z}$  is solved. The new value of the objective function (the total maintenance and production costs) is consequently determined and compared to the last selected objective function value according to loss of energy criteria described previously. The temperature will decrease from  $T_{max}$  to  $T_{min}$  by following to the cooling schedule  $T_{n+1} = T_n C$ , where  $C$  is a constant. The SA algorithm is running until the cooling schedule reaches  $T_{min}$ . The complete SA algorithm is presented in Figure 4.6.

## 4.5 Numerical example

### 4.5.1 Problem data

Let us consider a multi-state system containing 3 binary-states components in a series-parallel configuration as shown in Figure 4.7. The characteristics and the life time distribution of each component are given in Table 4.1.

The planning horizon  $H$  is 4 months where the production planning period is

```

Choose initial solution maintenance policy matrix  $\mathbf{Z}_0$ 
Compute  $CM$  and  $G_{MSS}^t$  relative to  $\mathbf{Z}_0$ 
Solve the integer linear lot-sizing problem relative to  $\mathbf{Z}_0$ 
Compute the total production and maintenance cost  $CT_0$ 
 $CT \leftarrow CT_0$ 
 $\mathbf{Z} \leftarrow \mathbf{Z}_0$ 
 $T_e \geq T_{max}$ 
while  $T_e \leftarrow T_{min}$  do
    Move  $\mathbf{Z}$  to  $\mathbf{Z}'$  according to the neighborhood movement protocol
    Compute  $CM$  and  $G_{MSS}^t$  relative to  $\mathbf{Z}'$ 
    Solve the integer linear lot sizing problem relative to  $\mathbf{Z}'$ 
    Compute the total production and maintenance cost  $CT'$  relative
    to  $\mathbf{Z}'$ 
    if  $CT' < CT$  then
        |  $\mathbf{Z} \leftarrow \mathbf{Z}'$ 
        |  $CT \leftarrow CT'$ 
    else
        | Choose randomly  $p \in ]0, 1[$ 
        | if  $p < \exp(-\frac{CT-CT'}{T_e})$  then
            | |  $\mathbf{Z} \leftarrow \mathbf{Z}'$ 
            | |  $CT \leftarrow CT'$ 
        | else
            | | Keep current solution  $\mathbf{Z}$ 
        | end
    end
     $T_e \leftarrow T_e C$ 
end
Print  $\mathbf{Z}$  and  $CT$ 
    
```

FIGURE 4.6 – Simulated Annealing pseudo-code



FIGURE 4.7 – Three binary-state components serie-parallel system



Comp. $j$	$G_j$ (itm/month)	$CPR_j$ (\$)	$CMR_j$ (\$)	$TPR_j$ (week)	$TMR_j$ (week)	Lifetime distribution
1	105	5000	200	0.09	0.05	Weibull (3,3)
2	110	4000	300	0.08	0.04	Weibull (2,2)
3	205	3000	250	0.09	0.02	Weibull (2,2)

TABLE 4.1 – Characteristics of the production system components.

determined monthly ( $T = 4$ ). Each production period is divided into 2 sub-periods ( $S = 2$ ) considered as a maintenance planning periods. Consequently, for each component, a PR action can be performed each 2 weeks. For each product, the monthly demands are presented in Table 4.2.

Period $t$	Demand of product 1 $d_{1t}$ (items)	Demand of product 2 $d_{2t}$ (items)
1	95	95
2	95	95
3	95	90
4	90	90

TABLE 4.2 – Demands of products.

Table 4.3 gives the holding, backorder, set-up and production costs for each product. These costs are the same for all periods.

Product	Holding cost	Backorder cost	Set-up cost	Production cost
$p$	$h_{pt}$ (\$)	$b_{pt}$ (\$)	$s_{pt}$ (\$)	$\pi_{pt}$ (\$)
1	40	150	1000	100
2	40	150	1000	100

TABLE 4.3 – Cost data of products.

According to section 4.3, the multi-state system capacity will be estimated by using the system structure function. In fact, the system is a combination of two parallel components (1 and 2), connected in series with component 3 as shown in figure 4.7. If we consider that each component  $j$  is featured by the two-state (capacity) and their

probability  $(\{0, G_j\}, \{(1 - A_j^t), A_j^t\})$ , for  $t = 1, \dots, 4$  and  $j = 1, \dots, 3$ , the multi-state system capacity is obtained by the followed equation :

$$G_{MSS}^t = \text{Min} \{(G_1 A_1^t + G_2 A_2^t), (G_3 A_3^t)\}, \quad \text{for } t = 1, \dots, 4. \quad (4.17)$$

### 4.5.2 Results and discussion

This section presents the problem results obtained by the Exhaustive Search (ES) method and the Simulated Annealing algorithm (SA). All the algorithms presented in this paper were coded with MATLAB solver on a 2.33 GHz processor.

#### Solution with the exhaustive search method

The solution with the exhaustive search method took 4 hours and 20 minutes. The number of the maintenance policy matrix  $\mathbf{Z}$  obtained by equation (4.16) is  $N = 2^{21} = 2\,097\,152$  combinations. The solution optimizing the maintenance cost  $CM$ , and the total production and maintenance costs are compared and presented in Table 4.4, with their respective maintenance policy matrixes  $\mathbf{Z}$  and their capacities.

Comp.j	Maintenance policy optimizing total cost								Maintenance policy optimizing maintenance cost							
	Production planning period								Production planning period							
	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$
1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
2	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
3	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
$G_{MSS}^t$	193.52	187.52	188.85	182.88	193.52	171.22	193.52	171.22	193.52	171.22	193.52	171.22	193.52	171.22	193.52	171.22

TABLE 4.4 – Maintenance policy matrix optimizing maintenance and total costs and their capacities.

The maintenance policy optimizing the maintenance cost presents a periodic policy for all components, and its total cost is \$136 255. However, the maintenance policy



optimizing the total cost presents an acyclical policy for the component 1. The relative total cost is \$132 894 which means that the gain obtained by the integration of the preventive maintenance and the production planning is around 2.5%. The production plan corresponding to the optimization of the maintenance cost, and the total costs are presented in Table 4.5 and 4.6. The 2.5% gain can be explained by the weak capacity given by the maintenance policy optimizing the maintenance cost according to Table 4.4, which generates a big quantity of backorder as shown in Table 4.5. The integration of maintenance and production planning increases the MSS capacity by modifying the maintenance policy carried out for component 1, which allows us to obtain a better concordance between the demand and the MSS capacity.

Period	Product A				Product B			
	Production	Inventory	Backorder	Set-up	Production	Inventory	Backorder	Set-up
1	95	0	0	1	98	3	0	1
2	79	0	16	1	92	0	0	1
3	111	0	0	1	82	0	8	1
4	73	0	17	1	98	0	0	1

TABLE 4.5 – Production plan optimizing the maintenance cost.

Period	Product A				Product B			
	Production	Inventory	Backorder	Set-up	Production	Inventory	Backorder	Set-up
1	98	3	0	1	95	0	0	1
2	92	0	0	1	95	0	0	1
3	95	0	0	1	90	0	0	1
4	90	0	0	1	90	0	0	1

TABLE 4.6 – Production plan optimizing the total cost.

### Solution with the simulated annealing algorithm

For the numerical example, the SA is applied according the algorithm defined in Section 4.4.2. The cooling process will get down from  $T_0 = 100$  to  $T_{min} = 0.1$  according to the rule  $T_{n+1} = T_n C$  where  $C = 0.997$ . The temperature limit is the only stopping

criteria used in this algorithm. From a current maintenance policy matrix  $\mathbf{Z}$ , the move set is defined by changing the value of 2 elements chosen randomly from the maintenance policy matrix. The numerical example was executed 1000 times and found the optimal solution in around 83% of cases. For the 1000 trial, the standard deviation is 313.5 and the coefficient of variation is 0.23; which shows that, for our numerical example, the solution method is robust and the given non optimal solutions are close to the optimum. The SA algorithm took an average time of 15.5 seconds to find the optimal solution. The advantage of using the proposed SA algorithm lies in its ability to find the optimal solution for this numerical example, much quicker than the ES method used as a reference here. We recall that the latter has taken 4 hours and 20 minutes to find this optimal solution for the same problem.

## 4.6 Extended model

The model presented by equations (4.1) - (4.7) suggests a maintenance policy which allow PM actions at the beginning or inside the production planning period. Since the presented model is an extension to (Fitouhi and Nourelfath, 2010) research, the authors assumed that preventive maintenance can occurred only at the beginning of production planning periods for practical motivations. This section will explain these motivations and present the modified model with some numerical examples.

### 4.6.1 Motivations

Many researches related to preventive maintenance and production panning had used the assumption that PM action can only be performed at the beginning of production planning such as (Aghezzaf et al., 2008a, 2007, 2008b; Nourelfath et al., 2010). Many reasons can explain the use of this assumption. First, most of modern equipment is highly automated and reliable, consequently, the Mean Time Between Failure is high enough to use the production planning period as measure unit for preventive maintenance planning. Second, the main principle of the integration of maintenance and production planning is to find the best deal between demand, capacity and production (Fitouhi and Nourelfath, 2010). Decision related to PM actions has to take into consideration the production information such as inventory, backorder and produced items. These information are generally available only at the end of production planning period which gives a better opportunity to take a PM decision. Finally, performing PM actions at the beginning of production planning periods offer the opportunity to the same crew to perform set-up



and PM actions, which can reduce costs and avoid some human resource management issues.

However, the model presented in this paper gives more flexibility by allowing PM actions at the beginning or at some instants inside the production planning period. In section 4.3, we considered that each production planning period can be divided into  $S$  sub-period called preventive maintenance period where PM action can be performed at the beginning of these periods. This generalization can be useful when equipment needs some adjustment or PM intervention more frequently. Many companies generate their production planning monthly but would like to schedule their PM plan every week for example. Moreover, for a company having specialized maintenance services, there is no need to merge PM actions and production set-up. Finally, our model can generate PM action "on request" which provide better deal between maintenance and production planning. Notice that, for  $S = 1$  the presented model will allow PM action only at the beginning of production planning periods.

#### 4.6.2 The modified model

The model presented by equations (4.1) - (4.7) can be adjusted in order to fit with some real and practical opportunities. In fact, based on arguments presented in the previous sub-section, we consider, for each component  $j$  ( $j = 1, \dots, n$ ), that performing PM action at the beginning of production planning period can reduce the preventive maintenance cost  $CPR_j$  by the percentage  $\delta_j$ . Consequently, we define the  $n \times n$  diagonal matrix  $\mathbf{R} = (\delta_j)_n$  where  $\delta_j$  ( $j = 1, \dots, n$ ) is the reduction factor for the component  $j$  when PM actions are performed at the beginning of production planning periods.

Based on the preventive maintenance matrix  $\mathbf{Z}$ , we define the matrix  $\tilde{\mathbf{Z}} = (\tilde{z}_j^k)$  ( $j = 1, \dots, n, t = 1, \dots, T$  and  $s = 1, \dots, S$ ) by :

$$\tilde{z}_j^k = \begin{cases} z_j^{ts} & \text{if } k = (tS + 1) \text{ for } j = 1, \dots, n \text{ and } t = 0, \dots, (T - 1), \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (4.18)$$

The introduced matrix  $\tilde{\mathbf{Z}}$  is extracted from the maintenance policy matrix  $\mathbf{Z}$  which consider only decision variables at the beginning of production planning period. The use of that matrix avoid to increase the number of model decisions variables. The

maintenance cost is adjusted according to equation :

$$\begin{aligned}
 CM(\mathbf{Z}) &= \|\mathbf{CPR} \times \mathbf{Z} - \mathbf{R} \times \mathbf{CPR} \times \tilde{\mathbf{Z}} + \mathbf{CMR} \times \mathbf{M}(\mathbf{Z})\| \\
 &= \sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^T \sum_{s=1}^S (CPR_j z_j^{ts} + CMR_j M_j^{ts}) - \sum_{j=1}^n \sum_{t=0}^{T-1} (\delta_j CPR_j z_j^{tS+1}).
 \end{aligned}
 \tag{4.19}$$

By using equation (4.19), the total maintenance cost  $CM$  can be computed and the model presented by equations (4.1) - (4.7) can be solved using the same Exhaustive Search method or the Simulated Annealing algorithm presented in Section 4.4.

### 4.6.3 Numerical example

We consider the same example given in Section 4.5 with 3 components, 4 production planning periods and 2 maintenance planning periods ( $S = 2$ ). Based on the new assumption, we consider that, for each component  $j$  ( $j = 1, 2, 3$ ), performing PM actions at the beginning of production planning period can reduce the preventive planning cost  $CPR_j$  by the percentage  $\delta$  ( $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \delta$ ). By using the same solution methods presented in this paper, Table 4.7 shows the maintenance policy optimizing the integrated preventive maintenance and production problem for values of  $\delta$  ranging from 10% to 50%.

$\delta$ (%)	Component 1				Component 2				Component 3					
	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$		
10	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	
20	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	
30	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0
40	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0
50	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0

TABLE 4.7 – Optimal maintenance policies for the different values of the reduction percentage  $\delta$



The different maintenance policy matrix  $\mathbf{Z}$  presented in Table 4.7 shows that starting from 30% of preventive maintenance cost reduction, the optimal maintenance policy avoid PM actions inside the production planning period. The compromise between maintenance, system capacity and demand promotes PM actions at the beginning of production planning periods in order to reduce the total maintenance and production cost.

## 4.7 Conclusion

In this paper, we presented an integrated model for production and general preventive maintenance planning for multi-state systems. For the production side, the model generates, for each product and each production planning period, the quantity of inventory, backorder, items to produce and also the instant of set-up. For the maintenance side, for each component, we proposed the instant of each preventive maintenance action which can be carried out during the production planning period. A Matrix based methodology was used in order to estimate model parameters such as system availability and the general capacity. The proposed model was solved by the ES method and SA. The exhaustive search method gives the optimal solution however, due to computing time and the high number of combinations, it can only be used for small production systems. The SA method reduces the solution time. It was also shown that the integration of acyclical maintenance and production planning improves the total production and maintenance costs. The paper discussed the merit of allowing preventive maintenance actions only at the beginning or inside the production planning period trough a modified model and a numerical example. Future work will extend the model presented in this paper to deal with the case of systems containing dependent components.

## Bibliographie

- Aghezzaf, E., Jamali, M., Ait-Kadi, D., 2007. An integrated production and preventive maintenance planning model. *European Journal of Operational Research* 181 (2), 679–685.
- Aghezzaf, E., Sitompul, C., Najid, N., 2008a. Integrated production and preventive maintenance in production systems subject to random failures. In : *MOSIM'08. 7th International Conference on Modelling and Simulation (MOSIM'08)*, March 31 – 2 April, Paris, France.

- Aghezzaf, E., Sitompul, C., Najid, N., 2008b. Integrated production planning and preventive maintenance in deteriorating production systems. *Information Sciences* 178 (17), 3382–3392.
- Ashayeri, J., Teelen, A., Selen, W., 1995. A production model and maintenance planning model for the process industry. *International Journal of Production Research* 34 (12), 3311–3326.
- Ben Ali, M., Sassi, M., Gossa, M., Harrath, Y., 2011. Simultaneous scheduling of production and maintenance tasks in the job shop. *International Journal of Production Research* 49 (13), 3891–3918.
- Benmansour, R., Allaoui, H., Artiba, A., Iassinovski, S., Pellerin, R., 2011. Simulation-based approach to joint production and preventive maintenance scheduling on a failure-prone machine. *Journal of Quality in Maintenance Engineering* 17 (3), 254–267.
- Berrichi, A., Amodeo, L., Yalaoui, F., Châtelet, E., Mezghiche, M., 2009. Bi-objective optimization algorithms for joint production and maintenance scheduling : application to the parallel machine problem. *Journal of Intelligent Manufacturing* 20 (4), 389–400.
- Berrichi, A., Yalaoui, F., Amoedo, L., Mezghiche, M., 2010. Bi-objective ant colony optimization approach to optimize production and maintenance scheduling. *Computer and Operations Research* 37 (9), 1584–1596.
- Bouleimen, K., Lecocq, H., 2003. A new efficient simulated annealing algorithm for the resource-constrained project scheduling problem and its multiple mode version. *European Journal of Operational Research* 149 (2), 268–281.
- Budai, G., Dekker, R., Nicolai, R., 2006. A review of planning models for maintenance and production. Report, Economic Institute, Erasmus University Rotterdam.
- Cassady, C., Kutangolu, E., 2005. Integrating preventive maintenance planning and production scheduling for a single machine. *IEEE Transactions on Reliability* 54 (2), 304–310.
- Chelbi, A., Rezg, N., Radhoui, M., 2008. Simultaneous determination of production lot size and preventive maintenance schedule for unreliable production system. *Journal of Quality in Maintenance Engineering* 14 (2), 161–176.
- Chung, S., Lau, H., Ho, G., Ip, W., 2009. Optimization of system reliability in multi-factory networks by maintenance approach. *Expert Systems with Applications* 36 (16), 10188–10196.
- Coudert, T., Grabot, B., Archimede, B., 2002. Production/maintenance cooperative scheduling using multi-agents and fuzzy logic. *International Journal of Production Research* 40 (18), 4611–4632.



- Fitouhi, M., Nourelfath, M., 2010. Integrating non periodic preventive maintenance scheduling and tactical production planning for a single machine. Submitted for publication in *International Journal of Production Economics*.
- Hajej, Z., Dellagi, S., Rezg, N., 2011. An optimal maintenance/production planning for a manufacturing system under random failure rate and a subcontracting constraint. In : *The 2nd International Conference on Industrial Engineering and Operations Management - IEOM 2011*.
- Jin, X., Li, L., Ni, J., 2009. Option model for joint production and preventive maintenance system. *International Journal of Production Economics* 119 (2), 347–353.
- Kirkpatrick, S., Gelatt, C. D., Vecchi, M. P., 1983. Optimization by simulated annealing. *Science* 220 (4598), 671–680.
- Leou, R., 2006. A new method for unit maintenance scheduling considering reliability and operation expense. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems* 28 (7), 471–481.
- Lisnianski, A., Levitin, G., 2003. *Multi- state system reliability*. World Scientific.
- Loukil, T., Teghem, J., Fortemps, T., 2007. A multi-objective production scheduling case study solved by simulated annealing. *European Journal of Operational Research* 179 (3), 709–722.
- Moradi, E., Fatemi Ghomi, S. M. T., Zandieh, M., 2011. Bi-objective optimization research on integrated fixed time interval preventive maintenance and production for scheduling flexible job-shop problem. *Expert Systems with Applications* 38 (6), 7169–7178.
- Najid, N., Alaoui-Selsouli, M., Mohafid, A., 2011. An integrated production and maintenance planning model with time windows and shortage cost. *International Journal of Production Research* 49 (8), 2265–2283.
- Nourelfath, M., Fitouhi, M., Machani, M., 2010. An integrated model for production and preventive maintenance planning in multi-state systems. *IEEE Transactions on Reliability* 59 (3), 496–506.
- Pan, E., Liao, W., Xi, L., 2010. Single-machine-based production scheduling model integrated preventive maintenance planning. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 50 (1-4), 365–375.
- Raza, A., Al-Turki, U., 2007. A comparative study of heuristic algorithms to solve maintenance scheduling problem. *Journal of Quality in Maintenance Engineering* 13 (4), 398–410.

- Shan, H., Zhou, S., Sun, Z., 2009. Research on assembly sequence planning based on genetic simulated annealing algorithm and ant colony optimization algorithm. *Assembly Automation* 29 (3), 249–256.
- Sitompul, C., Aghezzaf, E., 2011. An integrated hierarchical production and maintenance-planning model. *Journal of Quality in Maintenance Engineering* 17 (3).
- Sortrakul, N., Nachtmann, C., Cassady, C., 2005. Genetic algorithms for integrated preventive maintenance planning and production scheduling for a single machine. *Computers in Industry* 56 (2), 161–168.
- Tang, O., 2004. Simulated annealing in lot sizing problems. *International Journal of Production Economics* 88 (2), 173–181.
- Teghem, J., Pirlot, M., Antoniadis, M., 1995. Embedding of linear programming in a simulated annealing algorithm for solving a mixed integer production planning problem. *Journal of Computational and Applied Mathematics* 64 (1-2), 91–102.
- Weinstein, L., Chung, C., 1999. Integrating maintenance and production decisions in a hierarchical production planning environment. *Computers and Operations Research* 26 (10-11), 1059–1074.
- Yu-Lan, J., Zu-Hua, J., Wen-Rui, H., 2009. Integrating flexible-interval preventive maintenance planning with production scheduling. *International Journal of Computer Integrated Manufacturing* 22 (12), 1089–1101.



## Chapitre 5

## Conclusion générale

Cette thèse a traité de la problématique de la planification intégrée de la maintenance préventive et de la production des systèmes multi-états. Plusieurs travaux dans la littérature ont étudié la planification de la maintenance, la planification de la production et les systèmes multi-états. Cependant, peu de recherches ont été réalisées sur la planification intégrée de ces deux activités d'une part, ou la modélisation des systèmes de production comme des systèmes multi-états d'autre part. Les systèmes de production considérés dans cette thèse possèdent un nombre fini de niveaux de performance pouvant aller du fonctionnement parfait jusqu'à la défaillance totale et se composent d'un ensemble de composantes binaires. Trois problèmes ont été étudiés dans ce travail : la planification intégrée de la maintenance préventive périodique des systèmes multi-états et la planification intégrée de la maintenance préventive non-périodique dans le cas d'une seule composante et d'un système multi-composantes. Chacun des problèmes abordés a nécessité une méthodologie en trois étapes :

- une méthode de modélisation mathématique permettant de formuler le problème,
- une méthode d'évaluation des temps et des coûts de maintenance ainsi que la disponibilité et la capacité du système,
- une méthode de résolution permettant d'obtenir un résultat optimal ou approché.

Les modèles ont été réalisés en utilisant la programmation mathématique non linéaire mixte. La fonction de l'objectif minimise les coûts de maintenance (préventive et corrective) et les coûts de production (inventaire, pénurie, réglage et production). On considère que le système est assujéti à des contraintes de conservation de flux, de capacité et de ressources. Ces modèles ont permis de générer les plans de production et les longueurs d'intervalles de maintenance préventive pour chacune des composantes, dans le cas de la politique périodique ou les instants d'intervention pour le cas non périodique. Les actions de maintenance préventive peuvent avoir lieu au début ou au milieu des périodes de planification de la production.

En se basant sur les variables de décisions relatives à la maintenance ainsi que les caractéristiques des composantes, les coûts et les temps de maintenance ont été générés à partir du nombre moyen de renouvellements de chaque composante. En effet, en se basant sur des distributions des durées de vie des composantes du système, le taux de panne a été déterminé pour calculer le nombre moyen de renouvellement par intervalle de temps. A l'aide des coûts et des temps de maintenance préventive et corrective, il a été possible de déterminer, respectivement, la disponibilité du système et les coûts de maintenance par intervalle de temps donné (intervalle de maintenance). Cependant, le principal défi était d'évaluer ces paramètres sur une période de planification de la production. Une série de transformations mathématiques ont été entreprises afin de considérer la baisse de performance relative à chaque période de planification de la production. Cette baisse



dépend essentiellement de l'historique des activités de maintenance préventive et de la fonction de renouvellement correspondante à chaque composante. La méthodologie utilisée pour évaluer la baisse de performance par période de planification de la production a permis de déterminer la capacité relative à chaque composante. Finalement, pour obtenir la capacité du système multi-états, certaines techniques inspirées des notions de fiabilité des systèmes multi-états ont été appliquées telles que la fonction structure ou l'UMGF pour des systèmes de petites ou de grandes tailles.

La résolution de ces modèles a nécessité l'utilisation de plusieurs techniques d'optimisation. En effet, pour une stratégie de maintenance donnée, ces modèles se transforment en des modèles linéaires mixtes de planification de la production connus sous le nom de problème de taille de lot capacitaire. La résolution de ce problème est généralement simple utilisant l'optimisation des problèmes linéaires mixtes. Par conséquent, pour les modèles de taille raisonnable, le problème de planification intégrée de la maintenance et de la production a été résolu par une recherche exhaustive basée sur la comparaison des différents coûts obtenus par l'énumération de toute les stratégies de maintenance. Cette méthode garantit la solution optimale mais elle est inefficace pour les problèmes de grande taille vu que le nombre de combinaisons relatives aux stratégies de maintenance augmente exponentiellement avec le nombre des composantes ou des périodes de planification. Pour remédier à cet obstacle, la méthode du recuit simulé et les algorithmes génétiques ont été utilisés comme des heuristiques permettant de parcourir l'espace des solutions pour aboutir à une solution optimale ou approchée en un temps d'exécution raisonnable. Ces méthodes ont été choisies pour leurs efficacités dans les problèmes d'optimisation combinatoire permettant de passer d'une alternative (stratégie de maintenance) à une autre en essayant de réduire la fonction objectif. Le calibrage et le choix des paramètres relatifs à ces méthodes ont été fixés par essai-erreur.

Les résultats obtenus dans cette thèse ont montré que l'intégration de la planification de la maintenance préventive et de la production peut générer une réduction du coût total de production et de maintenance. De plus, la suppression de la contrainte de la périodicité peut aussi diminuer le coût total. Le gain obtenu par l'intégration des activités de la maintenance préventive et de la production et/ou par l'élimination de la contrainte de périodicité, est généré par un meilleur compromis entre la capacité du système (qui dépend de la stratégie de maintenance) et la demande. Ces résultats ont été validés par un plan d'expérience à travers une étude à grande échelle. La pertinence de l'hypothèse d'autoriser les actions de maintenance préventive seulement en début des périodes de planification de la production versus au cours de la période, a été discutée dans ce travail. Les modèles présentés dans cette thèse permettent de respecter la première hypothèse. Une extension de ces modèles a été ensuite proposée afin de pouvoir réaliser d'éventuelles économies lorsqu'une action de maintenance est réalisée en début de



période de planification de la production. En effet, dans plusieurs contextes industriels, une intervention de maintenance préventive au cours de période de planification de la production peut s'avérer plus coûteuse qu'une intervention en début période. Les résultats du modèle étendu montrent qu'à partir d'un certain seuil de réduction des coûts de maintenance préventive, la stratégie optimale de maintenance favorise les actions de maintenance préventive en début de période de planification de la production. Les méthodes d'optimisation utilisées dans ce travail ont prouvé leurs efficacités pour la résolution de ce type de modèles, en terme de temps de calcul et de la qualité de la solution.

Trois articles ont été présentés dans ce travail. Ils proposent des contributions originales à la communauté scientifique dans le domaine du génie industriel. Le premier article a suggéré un nouveau modèle de planification de la maintenance préventive cyclique et de la production des systèmes multi états avec une méthode analytique pour le calcul des paramètres du modèle tels que les temps et les coûts de maintenance, la disponibilité et la capacité du système. Deux méthodes de résolution ont été présentées basées sur la méthode de la recherche exhaustive et les algorithmes génétiques afin de résoudre les modèles de différentes tailles. Le deuxième article a proposé un modèle de planification de la maintenance préventive non cyclique et de la production pour un système binaire composé d'une seule composante. Une nouvelle méthode mathématique d'évaluation des paramètres du modèle a été suggérée en se basant sur les instants d'intervention pour des actions préventives. Etant donné que le modèle a été résolu avec la méthode de la recherche exhaustive, une des principales contributions de cet article a été la réalisation d'un plan d'expérience permettant d'étudier l'impact de l'intégration de la planification de la maintenance et de la production, l'élimination de la contrainte de périodicité et la relation entre la demande et la capacité. Le troisième article a proposé un modèle plus général pour l'intégration de la planification de la maintenance préventive non cyclique et de la production des systèmes multi-états à plusieurs composantes. Le modèle présenté permet des interventions préventives au début ou au cours de la période de planification de la production. Cependant, un modèle mathématique est proposé afin de permettre de considérer les gains éventuels si les interventions préventives sont planifiées en début des périodes de planification de la production. Une formulation matricielle a été utilisée pour le calcul des différents paramètres du modèle. Au niveau de la méthode de résolution, la contribution de cet article réside aussi dans l'élaboration d'une métaheuristique basée sur la méthode du recuit simulé pour réduire le temps de résolution de l'exemple présenté. Notons que les articles proposés dans cette thèse ont été bien reçus dans des revues de renommée dans le domaine du génie industriel.

Plusieurs perspectives de ce travail peuvent être entreprises dans le futur telles que :



- L'étude des systèmes multi-états à plusieurs composantes dépendantes avec des temps et des coûts de maintenance aléatoires selon certaines distributions.
- L'analyse des systèmes de production avec des temps d'installation non négligeables qui pourront être réduits s'ils sont réalisés conjointement avec des actions de maintenance préventive.
- L'élaboration d'un modèle de planification intégrée de la maintenance préventive et de la production dans le cadre d'une planification hiérarchique de la production. Il est donc possible d'établir les décisions relatives à la maintenance à long, à moyen ou à court terme.